

Axiome der reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Körper	angeordneter Körper	archimedisch angeordneter Körper	vollständiger archimedisch angeordneter Körper	Körperaxiome: Es sind zwei Verknüpfungen (Addition und Multiplikation) auf $\mathbb{R}$ definiert, so dass folgende Axiome für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ erfüllt sind:																			
				<table><tr><td>Axiome der Addition Assoziativgesetz: $x+(y+z) = (x+y)+z$ Kommutativgesetz: $x+y = y+x$ Existenz der Null: $x+0 = x$ Existenz des Inversen: $x^{-1} = -x$</td><td>Axiome der Multiplikation Assoziativgesetz: $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ Kommutativgesetz: $x \cdot y = y \cdot x$ Existenz der Eins: $x \cdot 1 = x$ Existenz des Inversen zu $x \neq 0$: $x^{-1} = \frac{1}{x}$</td></tr></table>	Axiome der Addition Assoziativgesetz: $x+(y+z) = (x+y)+z$ Kommutativgesetz: $x+y = y+x$ Existenz der Null: $x+0 = x$ Existenz des Inversen: $x^{-1} = -x$	Axiome der Multiplikation Assoziativgesetz: $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ Kommutativgesetz: $x \cdot y = y \cdot x$ Existenz der Eins: $x \cdot 1 = x$ Existenz des Inversen zu $x \neq 0$: $x^{-1} = \frac{1}{x}$																	
				Axiome der Addition Assoziativgesetz: $x+(y+z) = (x+y)+z$ Kommutativgesetz: $x+y = y+x$ Existenz der Null: $x+0 = x$ Existenz des Inversen: $x^{-1} = -x$	Axiome der Multiplikation Assoziativgesetz: $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ Kommutativgesetz: $x \cdot y = y \cdot x$ Existenz der Eins: $x \cdot 1 = x$ Existenz des Inversen zu $x \neq 0$: $x^{-1} = \frac{1}{x}$																		
				Distributivgesetz: $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$																			
Anordnungsaxiome: Es sind Elemente als positiv ausgezeichnet ($x > 0$), so dass folgende Axiome für alle $x, y \in \mathbb{R}$ erfüllt sind:																							
<table><tr><td colspan="5">Für jedes Element $x \in \mathbb{R}$ gilt genau eine der folgenden drei Beziehungen:</td></tr><tr><td colspan="5">$x > 0$ oder $x = 0$ oder $-x > 0$</td></tr><tr><td>Aus</td><td>$x > 0$</td><td>und</td><td>$y > 0$</td><td>folgt $x + y > 0$</td></tr><tr><td>Aus</td><td>$x > 0$</td><td>und</td><td>$y > 0$</td><td>folgt $x \cdot y > 0$</td></tr></table>				Für jedes Element $x \in \mathbb{R}$ gilt genau eine der folgenden drei Beziehungen:					$x > 0$ oder $x = 0$ oder $-x > 0$					Aus	$x > 0$	und	$y > 0$	folgt $x + y > 0$	Aus	$x > 0$	und	$y > 0$	folgt $x \cdot y > 0$
Für jedes Element $x \in \mathbb{R}$ gilt genau eine der folgenden drei Beziehungen:																							
$x > 0$ oder $x = 0$ oder $-x > 0$																							
Aus	$x > 0$	und	$y > 0$	folgt $x + y > 0$																			
Aus	$x > 0$	und	$y > 0$	folgt $x \cdot y > 0$																			
Archimedisches Axiom: Zu $x > 0$ und $y > 0$ existiert eine natürliche Zahl n mit $n \cdot x > y$.																							
Vollständigkeitsaxiom: Jede nichtleere, nach unten beschränkte Menge M besitzt ein Infimum $\inf(M)$. äquivalent: Jede nichtleere, nach oben beschränkte Menge M besitzt ein Supremum $\sup(M)$.																							

Übersicht in Anlehnung an Forster, O.: *Analysis 1 - Differential- und Integralrechnung einer Veränderlichen*, 9. Aufl., Vieweg, Wiesbaden 2008, S. 283