Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Hinweise zur Bearbeitung der Projektaufgaben im Praktikum Mathematische Modellierung

Allgemeines

Die Lehrveranstaltung (LV) wendet sich vorzugsweise an Studenten des Studienganges Mathematik/Bachelor im 3. Semester. Studenten anderer Fachrichtungen (z.B. Physik, Informatik) können die LV nach Rücksprache mit ihrem Studiengangsleiter z.B. als Anwendungsfach belegen. Die LV gliedert sich in einen Teil Vorlesung und ein Praktikum, wobei das praktische Arbeiten den größeren Anteil hat. Lernziel soll es sein, aus Anwendersicht formulierte Problemstellungen in mathematische Sprache zu übersetzen, geeignete mathematische Lösungsmethoden zu finden, diese einzusetzen und das Problem mit Hilfe geeigneter Programmiertechniken zu lösen. In diesem Zusammenhang sollen Erfahrungen im Zusammenwirken von Mathematik und Anwendungsgebieten gesammelt und die aus einem Programmierkurs erworbenen Fertigkeiten weiter vertieft werden. Die Teilnehmer sollen außerdem in die Lage versetzt werden, ihre Projekte in einem vorgebenen Zeitrahmen selbst zu organisieren sowie ihre erhaltenen Ergebnisse zu dokumentieren und kritisch zu bewerten. Soweit es möglich ist, soll die Lösung der Aufgabenstellungen in kleinen Arbeitsgruppen erfolgen, wodurch Kommunikations- und Teamfähigkeit entwickelt werden sollen.

Modellfindung

Die in den einzelnen Projektaufgaben gestellten Probleme haben in der Regel einen realitätsnahen Hintergrund und sind, ggf. mit etwas vereinfachten Einnahmen, soweit wie möglich aus Anwendersicht formuliert. Die Übersetzung in mathematische Sprache ist ein wesentlicher Bestandteil auf dem Weg, ein geeignetes Modell zur Lösung des Problems zu finden. Da von den Teilnehmern nur die Kenntnisse aus den Grundvorlesungen des ersten und zweiten Semesters des Mathematikstudiums vorausgesetzt werden, wird nicht erwartet, dass die Teilnehmer „DAS“ perfekte Modell zur Problemlösung entwickeln. Vielmehr soll versucht werden, das Problem mit einfachsten Mitteln zu lösen. Wichtig ist dabei auch, nach verwandten Problemen zu suchen, für die es (vielleicht) bereits Lösungen gibt, die ggf. geringfügig angepaßt werden müssen. Falls erforderlich, dann können auch unterschiedliche mathematische Ansätze verwendet werden, deren Vor- und Nachteile durch die Teilnehmer diskutiert werden sollen. Soweit es je nach Aufgabenstellung möglich und notwendig ist, sollen bekannte mathematische Aussagen verwendet oder durch die Teilnehmer selbst bewiesen werden, ggf. auch nur als Beweisskizze. Zur Identifizierung wesentlicher Modellparameter wird es außerdem notwendig sein, Rücksprache mit dem „Auftraggeber“ zu halten, um sich ggf. weiteres Hintergrundwissen zum jeweiligen Sachverhalt anzueignen und ggf. weitere Teilprobleme erkennen zu können, was so früh wie möglich erfolgen sollte.

Programmierung

Die Projektaufgaben werden in der Regel so gestellt, dass zur Lösung ein Computerprogramm erforderlich ist. Das entwickelte Modell sollte daher in einen einfachen, aber robusten Algorithmus münden. Die Programmierung sollte dabei vorzugsweise mit Matlab erfolgen. Die Quelltexte sind zu kommentieren und in einem gut lesbaren Stil zu schreiben. Mit Hilfe des Programms sollen die Teilnehmer ihr Modell verifizieren, wozu jeder Aufgabe in der Regel Beispieldaten beigfügt werden, falls diese sich nicht bereits aus der Aufgabenstellung ergeben. Falls möglich, dann sollen die Teilnehmer auch selbst nach weiteren, zur Aufgabenstellung passenden Daten suchen, an denen sie ihr Modell weiter überprüfen können.

Dokumentation von Ergebnissen

Neben der Lösung des Problems durch Entwicklung eines geeigneten mathematischen Modells sowie der Programmierung eines entsprechenden Programmes, ist die schriftliche Dokumentation des Modellierungsprozesses mit dessen Ergebnissen der dritte wichtige Bestandteil des Praktikums. Zur Erstellung der Dokumentation wird die Verwendung von TEX/LATEX empfohlen. Die Dokumentation sollte in geeigneter Weise den folgenden Inhalt haben:

1. Beantwortung der Frage: „*WAS* soll modelliert werden?“ Zu Beginn der Dokumentation sollte eine kurze Zusammenfassung der Aufgabenstellung erfolgen. Sind (diskrete) Daten vorgegeben, dann sollten am Anfang außerdem erste Beobachtungen zur Struktur der Daten notiert werden.

2. Beantwortung der Frage: „*WIE* und *WOMIT* soll modelliert werden?“ In diesem zweiten Abschnitt sollte deutlich gemacht werden, wie das Modell hergeleitet wurde. Dazu sollten zunächst die mathematische Aufgaben und Probleme formuliert werden, die sich aus der Aufgabenstellung heraus in mathematische Sprache übersetzen lassen. Es sollte schlüssig erklärt werden, warum sich die Teilnehmer gerade für das gewählte Modell entschieden haben bzw. wie sie darauf gekommen sind. Es sollte eine formale Notation des Modells erfolgen, die insbesondere auch eine Beschreibung der wesentlichen Modellparameter bzw. deren Zuordnung/Bedeutung in der aus Anwendersicht formulierten Aufgabe erklärt werden. Ggf. sollte auch erläutert werden, welche bereits bekannten Algorithmen zur Lösung verwendet wurden. Falls möglich, dann sollte versucht werden, Behauptungen, die nicht allgemein bekannt sind oder die nicht aus Lehrbüchern zitiert werden (können), zu beweisen, soweit dies möglich ist. Ferner sollten auch Gedanken zur Eindeutigkeit einer/der Lösung(en) diskutiert werden.

3. Modellverifikation: Anhand von Beispielen ist eine Verfikation des Modells vorzunehmen. Sind der Aufgabenstellung entsprechende Beispieldaten zugeordnet, dann sind in erster Linie diese zu verwenden. Stehen mehrere Beispieldaten zur Verfügung, so sollte davon nur ein repräsentativer Teil ausgewählt werden, ggf. auch solche Beispiele, bei denen das Modell vielleicht versagt. Wenn es angebracht ist, dann sollten Ergebnisse von Beispielrechnungen in geeigneter Weise graphisch aufbereitet werden.

4. Diskussion der Ergebnisse: Zum Abschluss der Dokumentation sollte diskutiert werden, welchen Nutzen das Modell bringt. Dabei sollten mindestens die folgenden Fragen selbstkritisch beantwortet werden: Erfüllt das gefundene Modell die Aufgabenstellung? Welche Alternativen hätte es gegeben? Welche Verbesserungen könnten vorgenommen werden?

Die Punkte 1 bis 4 stellen keine Gliederung der Dokumentation, sondern lediglich eine Empfehlung zu deren Inhalt dar. Eine feste Gliederung und den exakten Inhalt wollen wir hier nicht vorschreiben, da die Teilnehmer hierbei ihren eigenen Stil entwickeln und auch eigene Vorstellungen verwirklichen sollen. Allgemein sollte aber auch beachtet werden, dass nur wesentliche Fakten und mathematische Aussagen in die Dokumentation eingehen, die zur Problemlösung relevant sind. Vor der endgültigen Abgabe sollte die Dokumentation zudem aufmerksam gelesen und ggf. korregiert werden.

Sehr sparsam sollte in der Dokumentation mit Abhandlungen über die Programmierung mit Matlab umgegangen werden. Wenn möglich, dann sollte entweder ganz darauf verzichtet werden oder nur dann etwas zur Programmierung notiert werden, wenn es zum weiteren Verständnis notwendig ist oder wenn in den Programmquelltexten Hinweise nicht geeignet als Kommentar eingefügt werden können. Insbesondere muss nicht jede verwendete Matlab-Funktion einzeln benannt werden, dies erkennen wir im Quelltext auch selbst.

Ebenso überflüssig sind großformatige Abbildungen, in denen zum Beispiel nur sehr wenige Datenpunkte dargestellt werden. Hier genügt ein kleineres Format, die Darstellung als Tabelle oder eine kurze Beschreibung im Text.

Bearbeitung, Abgabe und Bewertung

Wieviel Zeit zur Bearbeitung einer Projektaufgabe zur Verfügung steht, ist von Aufgabe zu Aufgabe verschieden. In jedem Fall haben die Teilnehmer nach der Ausgabe einer neuen Aufgabe die Möglichkeit, sich

einige Tage mit der Problemstellung vertraut zu machen und zu einem festgesetzten Termin erste Fragen dazu zu stellen. Relativ frühzeitig (ein bis zwei Wochen nach Ausgabe der Aufgabe) sind dann erste Ergebnisse in Form einer Dokumentation und ggf. bereits ein erstes Matlab-Programm abzugeben, die von uns kritisch durchgesehen werden. Zum nächsten Diskussionstermin werden wir die Ergebnisse dann gemeinsam auswerten und besprechen sowie Hinweise zur weiteren Bearbeitung geben. In der Folgezeit haben die Teilnehmer dann Gelegenheit, Verbesserungen an ihren Modellen, Programmen und der Dokumentation vorzunehmen. Der Zyklus zwischen Bearbeitung, Besprechung und Verbesserung kann sich dabei auch mehrmals wiederholen, wobei ein fester Zeitrahmen vorgegeben wird, innerhalb dessen die Teilnehmer ihre Arbeit weitgehend selbst organisieren müssen. Die Teilnehmer können (und sollten) bei Problemen auch zwischen den offiziellen Diskussionsterminen Kontakt zu uns aufnehmen.

Am Ende der Bearbeitungszeit einer Aufgabe werden die Ergebnisse mit einer Note bewertet, wobei in die Notenfindung nicht nur die endgültige Fassung der Dokumentation eingeht, sondern auch frühere Bearbeitungsergebnisse. Die Abgabe von Ergebnissen erfolgt in der Regel per E-Mail, mit der die Dokumentation sowie die Quelltexte der Matlab-Programme an uns zu senden sind, wobei bzgl. der Dokumentation nur pdf-Dateien akzeptiert werden. (Bitte keine tex-, doc-, ps- oder Bilddateien senden!) Die Matlab-Programme werden zur Bewertung des Endergebnisses nur im Zweifelsfall herangezogen, d.h. hauptsächlich wird die Dokumentation bewertet.

© Jens Kunath für BTU Cottbus, Lehrstuhl Numerische und Angewandete Mathematik,
Stand: 26. April 2011