Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

S p l i n e s

Vorlesung für die Studiengänge Mathematik und Wirtschaftsmathematik im Sommersemester 2011

Übungsblatt 3 - Pogrammierübung - Abgabe bis Montag, 06. Juni 2011, 12:00 Uhr

Hinweise: Die Lösung der Programmierübungen zu dieser Vorlesung soll mit Hilfe von Matlab erfolgen. Sollte Ihnen Matlab nicht vertraut sein, dann finden Sie auf der Internetseite zur Vorlesung unter `http://vieta.math.tu-cottbus.de/~kunath/SoSe2011/Splines/literatur.html` einige Links zu kurzen Matlab-Einführungen. Besteht die Aufgabestellung in der Programmierung einer Matlab-Funktion `beispiel(param1,param2,...)`, dann speichern Sie die Funktion bitte unter dem Dateinamen `beispiel.m` und schreiben zusätzlich ein kleines Testprogramm in einer Datei mit dem Namen `testbeispiel.m`. Ihre Matlab-Quelltexte `*.m` senden Sie bitte bis zum oben genannten Termin per E-Mail an die Adresse `kunatjen@tu-cottbus.de` unter dem Betreff **Splines**. Eventuell zusätzlich notwendige handschriftliche Ergänzungen werfen Sie bitte ebenfalls bis zum o. g. Termin in das Postfach 32 im Hauptgebäude ein.

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Schreiben Sie ein Flussdiagramm und eine dazu passende Matlab-Funktion `indexsuche(xv,x)`, die zu $x \in \mathbb{R}$ und $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$ den Index $i \in \mathbb{N}$ bestimmt mit $x \in [x_i, x_{i+1}]$. Außerdem sollen die Fälle $x = x_i$, $x < x_0$ und $x > x_n$ berücksichtigt werden. Für $x = x_i$, $0 < i \leq n$ soll der kleinere Indexwert $i - 1$ ausgegeben werden, für $x < x_0$ oder für $x > x_n$ sollen die Werte -1 bzw. n ausgegeben werden.
(Hinweis: Beginnen Sie mit dem Ergebnis i des vorangegangenen Aufrufs. Bei großem n ist es sinnvoll, das Prinzip der Intervallhalbierung zu verwenden. Sehen Sie in Ihrem Programm Fehlermeldungen usw. vor. Beachten Sie außerdem, dass die Indizierung von Vektoren bei Matlab nicht mit 0 sondern mit 1 beginnt.)

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Schreiben Sie unter Benutzung der obigen Routine eine Matlab-Funktion `polygonzug(xv,yv,x)`, die einen interpolierenden Polygonzug in $x \in \mathbb{R}$ auswertet, wobei der Vektor `vx` die Stützstellen des Polygonzuges und `yv` die zu interpolierenden Stützwerte enthält. Dabei können Sie eine der in der Vorlesung vorgestellten Darstellungsarten verwenden, z.B.

$$s_k(x) \;=\; y_k u + y_{k+1} t \quad \text{mit} \quad u := 1 - t \quad \text{und} \quad t := \frac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k}.$$

Testen Sie Ihre Funktion wie folgt:

(a) Interpolieren Sie die Daten aus Aufgabe 5 des Übungsblattes 1 durch einen Polygonzug $s(x)$ und stellen Sie die Vorgaben (x_i, y_i) und s im Intervall $[0, 5]$ grafisch dar.

(b) Approximieren Sie für $n = 2, 5, 10, 50$ die Funktion $f(x) = \sin(2x)$ im Intervall $[0, 2\pi]$ durch einen interpolierenden Polygonzug $s_n(x)$ in den Stützpunkten (x_i, y_i), $i = 0, 1, \ldots, n$, wobei Sie als Stützstellen $x_0 := 0$, $x_n := 2\pi$ und $x_k := \frac{2k\pi}{n}$ für $k = 1, 2, \ldots, n-1$ wählen. Stellen die f und die Polygonzüge s_2, s_5, s_{10}, s_{50} gemeinsam in einer Grafik dar. Was fällt Ihnen auf, wenn die Anzahl der Stützpunkte vergrößert wird?

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Schreiben Sie eine Funktion `polygonzugMittig(xv,yv,k,Bk,x)`, die das Interpolationsproblem aus Aufgabe 1 des Übungsblattes 2 löst und den entsprechenden Polygonzug in $x \in \mathbb{R}$ auswertet. Dabei enthält der Vektor `vx` die Interpolationsstellen des Polygonzuges und `yv` die zu interpolierenden Werte. Betrachte den Ansatz $s_k(x) = A_k + B_k(x - x_k)$ oder $s_k(x) = A_k + B_k x$ für $x \in [z_{k-1}, z_k]$, wobei die z_i die Knoten des Polygonzuges sind. Nach Aufgabe 1 des Übungsblattes 2 kann offenbar einer der Koeffizienten B_k frei gewählt werden. Dazu dienen die Übergabeparameter `k` (für den Index k des Koeffizienten) und `Bk` (für seinen Wert). Testen Sie Ihre Funktion mit den in Aufgabe 3 genannten Daten und vergleichen Sie die Ergebnisse miteinander. Diskutieren Sie ggf. vorhandene Unterschiede sowie Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Ansätze zur Interpolation mit Polygonzügen.