

Axiome der reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Körper		archimedisch angeordneter Körper	vollständiger archimedisch angeordneter Körper	
				angeordneter Körper
Körperaxiome: Es sind zwei Verknüpfungen (Addition und Multiplikation) auf $\mathbb{R}$ definiert, so dass folgende Axiome für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ erfüllt sind:				
Axiome der Addition	Axiome der Multiplikation			
Assoziativgesetz: $x + (y + z) = (x + y) + z$	Assoziativgesetz: $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$			
Kommutativgesetz: $x + y = y + x$	Kommutativgesetz: $x \cdot y = y \cdot x$			
Existenz der Null: $x + 0 = x$	Existenz der Eins: $x \cdot 1 = x$			
Existenz des Inversen: $x^{-1} = -x$	Existenz des Inversen zu $x \neq 0$: $x^{-1} = \frac{1}{x}$			
Distributivgesetz: $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$				
Anordnungsaxiome: Es sind Elemente als positiv ausgezeichnet ($x > 0$), so dass folgende Axiome für alle $x, y \in \mathbb{R}$ erfüllt sind:				
Für jedes Element $x \in \mathbb{R}$ gilt genau eine der folgenden drei Beziehungen:				
$x > 0 \quad \text{oder} \quad x = 0 \quad \text{oder} \quad -x > 0$				
Aus $x > 0$ und $y > 0$ folgt $x + y > 0$				
Aus $x > 0$ und $y > 0$ folgt $x \cdot y > 0$				
Archimedisches Axiom: Zu $x > 0$ und $y > 0$ existiert eine natürliche Zahl n mit $n \cdot x > y$.				
Vollständigkeitsaxiom: Jede Cauchyfolge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ besitzt einen Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.				

Übersicht in Anlehnung an Forster, O.: *Analysis 1 - Differential- und Integralrechnung einer Veränderlichen*, 9. Aufl., Vieweg, Wiesbaden 2008, S. 283