

Gauß'sches Eliminationsverfahren mit Zeilenpivotisierung

Schritt 1:

Eingabe: $(A|b)$ sei eine reelle $(n \times (n+1))$ Matrix, A nicht singulär

Ausgabe: $(R|c) \in \mathbb{R}^{n \times (n+1)}$, wobei R eine obere Dreiecksmatrix ist mit $Rx = c \Leftrightarrow Ax = b$

Rechenschritte:

1.1: Für $j = 1, 2, \dots, n-1$ führe folgende Schritte 1.2 bis 1.6 durch:

1.2: Bestimme r mit $j \leq r \leq n$: $|a_{rj}| = \max_{j \leq i \leq n} |a_{ij}|$

1.3: Falls $|a_{rj}| = 0 \Rightarrow$ Abbruch! (A ist singulär)

1.4: Vertausche Zeile j und Zeile r

1.5: Für $i = j+1, j+2, \dots, n$ führe folgenden Schritt 1.6 durch:

1.6: Subtrahiere das $\frac{a_{ij}}{a_{jj}}$ -fache von Zeile j von Zeile i

Mit der Ausgabe R und c aus Schritt 1 führe die Rückwärtssubstitution durch:

Schritt 2:

Eingabe: $(R|c)$ sei eine reelle $(n \times (n+1))$ Matrix, wobei $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ obere Dreiecksmatrix ist

Ausgabe: $x \in \mathbb{R}^n$ mit $Rx = c$

Rechenschritte:

2.1: Für $k = n, n-1, \dots, 1$ führe folgende Schritte 2.2 bis 2.3 durch:

2.2: Falls $r_{kk} = 0 \Rightarrow$ Abbruch! (R ist singulär, d.h. $\text{rg}(R) < n$)

2.3: Berechne $x_k = \frac{1}{r_{kk}} (c_k - r_{k,k+1}x_{k+1} - \dots - r_{k,n}x_n)$

x ist dann die eindeutig bestimmte Lösung von $Ax = b$.