Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 0 - ohne Abgabe

Die nachfolgenden Aufgaben sollen zur Motivation der Vorlesung dienen. Dabei soll das in der Regel in der Schule vermittelte und zu den Inhalten der Vorlesung passende Wissen wiederholt werden.

Aufgabe 0.1 (8 Punkte)

(a) Der Koch eines kleinen Restaurants geht zum Bauern seines Vertrauens, um seine Vorratskammer aufzufüllen. Als er den Bauern fragt, wie viele Gänse und Hasen er noch bekommen kann, antwortet der Scherzkeks: „Die Tiere, die ich Dir noch geben kann haben insgesamt vierzig Augen und zweiundsechzig Beine“. Wie viele Gänse und wie viele Hasen kann der Koch bekommen?

(b) Wir betrachten eine dreistellige natürliche Zahl. Vertauscht man die erste und zweite Ziffer, so ergibt dies eine um 180 größere Zahl. Vertauscht man die erste und die dritte Ziffer, so ergibt dies eine um 297 kleinere Zahl. Die Summe der drei Ziffern ergibt 14. Wie lautet die gesuchte Zahl?

(c) Ein Kunde kauft beim Bäcker vier Brötchen, zwei Mischbrote, drei Stück Kuchen und bezahlt 9.35 Euro. Ein anderer Kunde kauft drei Brötchen, eineinhalb Mischbrote, zwei Stück Kuchen und bezahlt 6.70 Euro. Ein dritter Kunde kauft zwölf Brötchen, ein halbes Mischbrot, fünf Stück Kuchen und bezahlt dafür 9.85 Euro. Wieviel kosten ein Brötchen, ein Mischbrot und ein Stück Kuchen?

Aufgabe 0.2 (12 Punkte)

(a) Gegeben seien die Punkte $A = (1, 2, 4)$, $B = (5, 0, 1)$, $C = (5, 7, 1)$ und $D = \left(\frac{17}{5}, 2, \frac{11}{5}\right)$. Bestimmen Sie

- den Vektor $\mathbf{a}$, mit dem man von A nach B gelangt,
- den Vektor $\mathbf{b}$, mit dem man von von C nach B gelangt und
- den Vektor $\mathbf{c}$, mit dem man von von C nach D gelangt.

Bestimmen Sie die Längen von $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$. Schneiden sich die Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{c}$ bzw. $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ orthogonal?

(b) In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte

$$A_t := \left(t\,,\,\frac{t}{2}\,,\,1\right) \quad , \quad B_t := \left(4\,,\,t+1\,,\,-2\right) \quad \text{und} \quad C_t := \left(\frac{t}{4}\,,\,5\,,\,t-3\right)$$

mit $t \in \mathbb{R}$ gegeben. Bestimmen Sie alle Parameter t, für die das Dreieck ΔABC gleichseitig ist.

(c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g, die durch die Punkte $A := (2, 1, -2)$ und $B := (8, 2, 9)$ geht, sowie eine Gleichung der Ebene E, die die Gerade g und den Punkt $C := (0, 1, 0)$ enthält.

(d) Beweisen Sie mittels Vektorrechnung, dass die Seitenmittelpunkte eines beliebigen (d.h. insbesondere nicht notwendig rechtwinkligen) Vierecks ein Parallelogramm bilden.

(Aufgaben 0.3 bis 0.5 - siehe Seite 2)

Aufgabe 0.3 (8 Punkte)

Gegeben seien eine Ebene E und eine Gerade G in $\mathbb{R}^3$:

E: alle Punkte $P = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$: $x + 2y - 2z = 4$
G: alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^3$: $v = v(\lambda) = \lambda(4, 0, 3)^T,\ \lambda \in \mathbb{R}$

Bestimmen Sie

(a) den Schnittpunkt von E und G

(b) die Gleichung der Ebene H, die auf E senkrecht steht und G enthält, in parameterfreier und in Parameterdarstellung.

Aufgabe 0.4 (10 Punkte)

(a) Entwickeln und beweisen Sie eine Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen.

(b) Entwickeln und beweisen Sie eine Formel für die Summe der ersten n ungeraden natürlichen Zahlen.

(c) Zeigen, dass $n^2 > 2n + 1$ für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$ gilt.

(d) Weisen Sie nach, dass $8^n > n^2$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

(e) Zeigen Sie: $a_n := 5^{2n} - 3^{2n}$ ist durch 8 teilbar für $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 0.5 (12 Punkte)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die nachfolgende Ungleichungen erfüllen. Veranschaulichen Sie die Ungleichungen und ihre Lösungsmengen durch geeignete Skizzen.

(a) $-x^2 - 2x < -2x^2 + x + 10$

(b) $(x - 2) \cdot \left|x - 2\right| \leq 8$

(c) $x^2 - 2x - 3 \leq -\left|x - 1\right| - 4$