Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 1 - Abgabe bis Dienstag, 23.04.2013, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1.1 (6 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussagen durch vollständige Induktion:

(a) $a_n := 11^{n+1} + 12^{2n-1}$ ist durch 133 teilbar für alle $n \geq 1$.

(b) $8^n > n^2$ für alle $n \in \mathbb{N}$

(c) $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$

Aufgabe 1.2 (6 Punkte)

(a) Sei $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ beliebig. Beweisen Sie, dass die Quadratzahl n^2 bei Divison durch 4 den Rest 0 oder 1 läßt.

(b) Zeigen Sie, dass $z := 43^7 - 87^{13}$ durch 44 teilbar ist, ohne die 26-stellige Zahl z auszurechnen.

(*Hinweis zu (b): Es gilt* $87 = 2 \cdot 44 - 1$ *und* $43 = 44 - 1$)

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)
Eine Primzahl der Form $z_p := 2^p - 1$ nennt man Mersenne'sche Primzahl, wobei $p \in \mathbb{N}$ eine Primzahl ist.

(a) Sei $n \in \mathbb{N}$ und n sei keine Primzahl. Zeigen Sie, dass die Zahl $y_n := 2^n - 1$ keine Primzahl ist?

(b) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung: Sei $p \in \mathbb{N}$ eine Primzahl. Dann sind alle Zahlen der Form $z_p := 2^p - 1$ Primzahlen.

(*Hinweis zu (a): Es gilt* $\frac{x^n - 1}{x - 1} = 1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1}$ *für* $x \in \mathbb{R}$.)

Aufgabe 1.4 (4 Punkte)
Bestimmen Sie mit Hilfe des Siebs des Eratosthenes alle Primzahlen zwischen 150 und 350.

Aufgabe 1.5 (4 Punkte)
Gegeben seien die Ebene E_1 in Parameterform

$$E_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad r, s \in \mathbb{R}$$

und die Ebene $E_2 : 3x + 2y + z = 0$. Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E_1 und E_2.