

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 8 - Abgabe bis Dienstag, 11.06.2013, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 8.1 (11 Punkte)

Welche der nachfolgenden Mengen ist ein Vektorraum? Begründen Sie Ihre Antworten!

- (a) $A := \{(2x, \sqrt{2}x)^T \mid x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$
- (b) $B := \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid x_1 \leq 0\} \subset \mathbb{R}^n$
- (c) $C := \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid x_1 \cdot x_n = 0\} \subset \mathbb{R}^n, \quad n \geq 1$
- (d) $D := \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + 3x_2 = x_3\} \subset \mathbb{R}^n, \quad n \geq 3$
- (e) $E := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] \mid (x+1) \text{ teilt } f(x)\} \subset \mathbb{R}[x]$

Aufgabe 8.2 (6 Punkte)

Es sei $U := \{(x, 2x) \mid x \in \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}\} \subset (\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^2$.

- (a) Zeigen Sie, dass U ein Untervektorraum des Vektorraumes $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^2$ ist.
- (b) Geben Sie alle in U enthaltenen Vektoren an, und zeichnen Sie diese in ein Koordinatensystem des $\mathbb{R}^2$ ein.
- (c) Ist es durch Abändern genau einer der Koordinaten u oder v eines Vektors $(u, v) \in U$ möglich, dass ein anderer Vektor aus U entsteht? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Es seien U_1 und U_2 Untervektorräume eines K -Vektorraumes V .

- (a) Ist $U_1 \cap U_2$ ein Untervektorraum von V ?
- (b) Ist $U_1 \cup U_2$ ein Untervektorraum von V ?

Beweisen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein möglichst einfaches Gegenbeispiel, zum Beispiel für $V = \mathbb{R}^2$ an.

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)

Entscheiden Sie (mit Begründung), ob folgende Vektoren aus $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig sind:

- (a) $u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
- (b) $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.5 (4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob $x+1, x^2+x-1, x^2+x, x^2-x \in \mathbb{R}[x]$ linear unabhängig sind.