
Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Aufgaben für die Übungen vom 22. bis 24.05.2013

Aufgabe Ü6.1

Eine Gruppe $(G, \circ)$ heißt zyklisch, falls es ein $a \in G$ gibt mit $G = \text{erz}(\{a\}) = \{a^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$.

- (a) Wie sieht die Gruppentafel einer endlichen zyklischen Gruppe aus?
- (b) Geben Sie zwei Beispiele für Gruppentafeln einer endlichen zyklischen Gruppe an.

Aufgabe Ü6.2

Ist R ein Ring, M eine beliebige nichtleere Menge und $S = \text{Abb}(M, R)$ die Menge aller Abbildungen von M nach R , so ist auf S durch

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x) \quad \text{bzw.} \quad (f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x)$$

eine Addition und eine Multiplikation erklärt.

- (a) Zeigen Sie, dass S auf diese Weise zu einem Ring wird.
- (b) Ist S ein Körper, falls R ein Körper ist?

Aufgabe Ü6.3

Sei R ein kommutativer Ring mit Einselement. Zeigen Sie:

- (a) Die Menge $R[x]$ der Polynome mit Koeffizienten aus R ist ein kommutativer Ring mit Einselement.
- (b) Ist R nullteilerfrei, so folgt: Für $f, g \in R[x]$ mit $\deg(f) = n$ und $\deg(g) = m$ gilt $\deg(f \cdot g) = n + m$.
- (c) Zeigen Sie, dass die Aussage aus (b) nicht gilt, falls R nicht nullteilerfrei ist.

Aufgabe 6.4

Berechnen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus für Polynome den größten gemeinsamen Teiler der Polynome $f, g \in \mathbb{R}[x]$ mit $f(x) := x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$ und $g(x) := x^3 + 2x^2 + 2x + 1$.