

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Aufgaben für die Übungen vom 05. bis 07.06.2013

Aufgabe Ü8.1

Seien V und W zwei K -Vektorräume. Zeigen Sie, dass das direkte Produkt $V \times W$ durch die Verknüpfungen

$$(v_1, w_1) + (v_2, w_2) := (v_1 + v_2, w_1 + w_2) \quad \text{und} \quad \lambda \cdot (v, w) = (\lambda v, \lambda w)$$

ebenfalls zu einem K -Vektorraum wird.

Aufgabe Ü8.2

Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume der angegebenen Vektorräume?

- (a) $U_1 := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 2z\} \subset \mathbb{R}^3$
- (b) $U_2 := \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 0\} \subset \mathbb{R}^2$
- (c) $U_3 := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + 2z = 0 \text{ oder } x = y\} \subset \mathbb{R}^3$
- (d) $U_4 := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + 2z = 0 \text{ und } x = y\} \subset \mathbb{R}^3$
- (e) $U_5 := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x = n, y = 2n, z = 3n, n \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}^3$
- (f) $U_6 := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x = n, y = 2n, z = 3n, n \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3$
- (g) $U_7 := \{f \in \mathbb{R}[x] \mid f(1) = 0\} \subset \mathbb{R}[x]$
- (h) $U_8 := \{f \in \mathbb{R}[x] \mid f(1) = 1\} \subset \mathbb{R}[x]$
- (i) $U_9 := \{(x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid x_1 \geq x_2\} \subset \mathbb{R}^n$
- (j) $U_{10} := \{f \in \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f(x) = f(-x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \subset \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$

Aufgabe Ü8.3

- (a) Sind die drei Vektoren $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ mit

(i) $a = (1, 2, 3)^T, b = (4, 5, 6)^T, c = (7, 8, 9)^T$

(ii) $a = (1, 5, 1)^T, b = (0, 9, 1)^T, c = (3, -3, 1)^T$

linear unabhängig?

- (b) Für welche $t \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $(1, 3, 4)^T, (3, t, 11)^T, (-1, -4, 0)^T$ aus $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig?

- (c) Stellen Sie den Vektor $v = (-6, 2, 6)^T$ als Linearkombination der Vektoren $a = (1, 0, 1)^T, b = (7, 3, 1)^T$ und $c = (2, 5, 8)^T$ dar.