

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Aufgaben für die Übungen vom 10. bis 12.07.2013

Aufgabe Ü13.1

Berechnen Sie die eindeutig bestimmten Matrizen $X, Y \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, für die $AX = B$ bzw. $YA = B$ gilt, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe Ü13.2

Berechnen Sie (mit Schulkenntnissen) den Flächeninhalt des Parallelogramms mit den Eckpunkten

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}.$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Determinante der Matrix $M = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$.

Aufgabe Ü13.3

Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & -5 & 6 & 1 \\ -1 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, D := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Determinanten nach folgenden Methoden:

- $\det(A)$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus [sowie nach der Regel von Sarrus und durch Entwicklung nach der dritten Spalte],
- $\det(B)$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus [und durch Entwicklung nach der dritten Zeile],
- $\det(C)$ nach einem Verfahren Ihrer Wahl.
- $\det(D)$ durch Ausnutzung der Linearität der Determinante in jeder Zeile, indem Sie $\det(D)$ als Summe $\det(D) = \lambda_1 \det(D_1) + \dots + \lambda_n \det(D_n)$ darstellen, wobei die Matrizen $D_1, \dots, D_n$ nur die Zahlen $-1, 0, 1$ enthalten dürfen.

(Hinweis: Die Regel von Sarrus und die Entwicklung nach einer Zeile/Spalte werden in den Übungen dieser Woche nur behandelt, sofern diese Methoden bis zum 10.07. auch schon in der Vorlesung behandelt wurden. Andernfalls werden die entsprechenden Rechnungen auf die Folgewoche verschoben.)