

Mathematik IT 2 (Lineare Algebra)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Sommersemester 2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 7 gibt es *mindestens* eine richtige Antwort, zum Teil sind auch mehrere Antworten richtig. Kreuzen Sie in den Aufgaben **alle** richtigen Antworten an. Für angekreuzte, aber falsche Antworten wird je ein Punkt abgezogen; es gibt jedoch insgesamt keine negativen Punkte. Bei den Aufgaben 8 bis 11 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt (auch nicht der/die am nächsten sitzende(n) Nachbar(n))! **Bearbeitungszeit: 30 Minuten**

Name (optional): _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-1, 0, 3, 4\}$ und $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 6\}$ gilt

- ☐ $A \cap B = \{3, 4\}$ und $B \setminus A = \{-1, 1, 2, 5\}$
- ☐ $A \cap B = \{3, 4\}$ und $B \setminus A = \{1, 2, 5\}$
- ☐ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $B \setminus A = \{1, 2, 5\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$ ist gleich

- ☐ $\frac{yp + yr}{xqs}$
- ☐ $\frac{xp + xr}{yqs}$
- ☐ $\frac{yps + yqr}{xqs}$

Aufgabe 3: Welche Lagebeziehungen können zwei Geraden g und h in der Ebene haben?

- ☐ g und h sind identisch.
- ☐ g und h sind echt parallel.
- ☐ g und h sind nicht parallel und haben keinen Schnittpunkt.
- ☐ g und h haben genau einen Schnittpunkt.
- ☐ g und h sind windschief.

Aufgabe 4: Welche Lagebeziehungen können eine Gerade g und eine Ebene E im dreidimensionalen Raum haben?

- ☐ g liegt in E .
- ☐ g und E sind echt parallel.
- ☐ g und E sind nicht parallel und haben keinen Schnittpunkt.
- ☐ g und E haben genau einen Schnittpunkt.
- ☐ g und E sind windschief.

Aufgabe 5: Was versteht man unter einem Einheitsvektor im $\mathbb{R}^2$ bzw. $\mathbb{R}^3$?

- ☐ Den Ortsvektor eines beliebigen Punktes A .
- ☐ Den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ bzw. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.
- ☐ Einen Vektor der Länge 1.

Aufgabe 6: Welche geometrische Bedeutung hat das zu Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ definierte Vektorprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, wobei $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ linear unabhängig seien, d.h. es gibt kein $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\mathbf{a} = \alpha \mathbf{b}$?

- ☐ Der Vektor $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ist die Verbindungsgerade zwischen den Punkten A und B , deren Ortsvektoren durch $\mathbf{a}$ bzw. $\mathbf{b}$ gegeben sind.
- ☐ Der Vektor $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ halbiert den Winkel zwischen $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$.
- ☐ Der Vektor $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ steht senkrecht auf $\mathbf{a}$ und senkrecht auf $\mathbf{b}$.

Aufgabe 7: Welche geometrische Bedeutung hat das zu drei linear unabhängigen Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$ definierte Spatprodukt $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$?

- ☐ $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ ist das Volumen einer (schiefen) Pyramide.
- ☐ $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ ist das Volumen eines (schiefen) Quaders.
- ☐ $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ ist das Volumen eines (schiefen) Prismas mit dreieckiger Grundfläche.

Aufgabe 8: Lösen Sie die folgenden beiden Gleichungssysteme

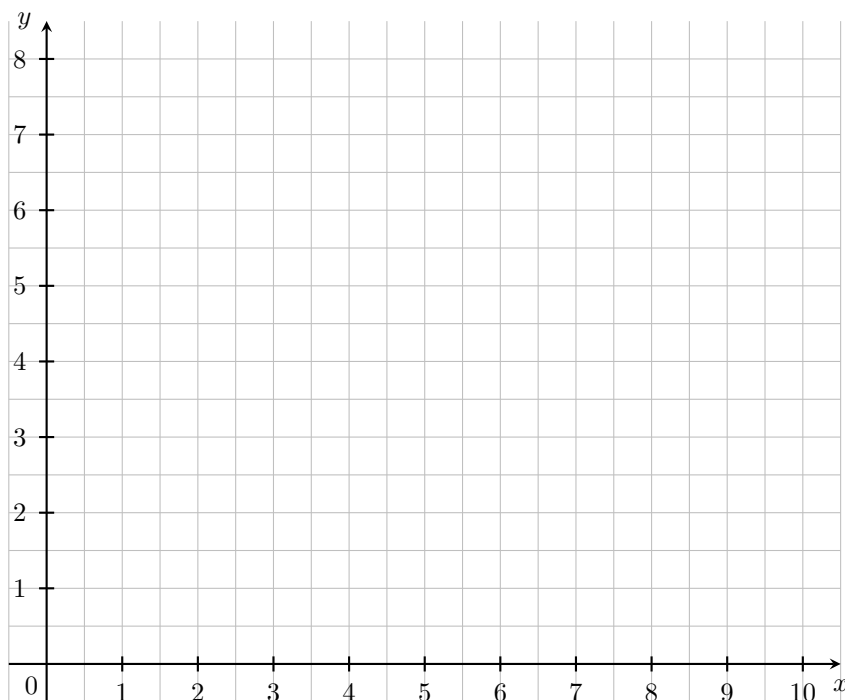
$$(a) \quad \begin{array}{rcl} 2x & + & 3y = 8 \\ -2x & + & 4y = 20 \end{array}$$

$$(b) \quad \begin{array}{rcl} 3x & + & 2y - z = 1 \\ 2x & & - 4z = 0 \\ x & + & 2y + 2z = 2 \end{array}$$

Aufgabe 9: Was besagt der Satz des Pythagoras?

Aufgabe 10: Zeichnen Sie in das nachfolgende Koordinatensystem den Punkt $P := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ sowie folgende Vektoren und Punkte ein, wobei Sie die Richtung der Vektoren kenntlich machen:

- (a) den Ortsvektor $\mathbf{p}$ von P
- (b) die Punkte $A := \mathbf{p} + \mathbf{a}$ und $B := \mathbf{p} - \mathbf{a}$ mit $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- (c) den Vektor von A nach P sowie den Vektor von B nach P
- (d) ausgehend von A den Vektor $\mathbf{b}$, mit dem man den Punkt $C := \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$ erreicht
- (e) den Vektor $\mathbf{c}$, der die Länge 5 hat, den Vektor $\mathbf{b}$ senkrecht schneidet und mit dem man ausgehend von einem Punkt D zu B gelangt
- (f) alle möglichen Punkte, die ausgehend vom Punkt D aus (e) mit Vektoren erreicht werden können, die die Länge 1 und $\sqrt{2}$ haben



Aufgabe 11: Gegeben seien die Vektoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, die Längen von $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ sowie den Kosinus des Winkels zwischen den beiden Vektoren. Geben Sie außerdem einen Einheitsvektor $\mathbf{c}$ an, der zu $\mathbf{a}$ orthogonal ist (d.h. $\mathbf{a}$ und $\mathbf{c}$ schneiden sich in einem Winkel von 90°).

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ
mögliche Punkte	2	2	2	2	2	2	2	5	2	8	3	32
erreichte Punkte												