

# Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

---

## Wiederholungsübungen zur Prüfungsvorbereitung

### Teil 4: Differential- und Integralrechnung

#### Aufgabe 4.1

Gegeben sei die Funktion  $f(x) := (x+1) \cdot e^{-x}$ . Führen Sie für  $f$  eine Kurvendiskussion mit folgendem Inhalt durch: Nullstellen, Koordinaten der lokalen Extrempunkte, Art der lokalen Extrema, Monotonieverhalten und Koordinaten der Wendepunkte. Stellen Sie außerdem eine Gleichung der Wendetangenten  $t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  an den Graphen der Funktion  $f$  auf.

#### Aufgabe 4.2

- (a) Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan(x))^{\frac{1}{x}}$  nach der Regel von l'Hospital.
- (b) Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x^3 \sin(x)}$  nach der Regel von l'Hospital.
- (c) Gegeben seien die Funktionen  $\sinh(x) := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$  (Sinus hyperbolicus) und  $\cosh(x) := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  (Kosinus hyperbolicus). Berechnen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ . Warum kann zur Berechnung die Regel von l'Hospital nicht verwendet werden?
- (d) Existiert der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^m)}{\ln(x^n)}$  für beliebige  $m, n \in \mathbb{N}$ ?

#### Aufgabe 4.3

Entwickeln Sie  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  in ein Taylorpolynom 3. Grades und geben Sie eine Abschätzung für das Restglied im Intervall  $[-0.1, 0.1]$  an.

#### Aufgabe 4.4

Für  $x > -1$  sei  $f(x) = \ln(1+x)$  gegeben. Geben Sie das Taylorpolynom  $p_3$  dritten Grades zu  $f$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  an. Schätzen Sie mit Hilfe des zugehörigen Restgliedes den Fehler  $|f(x) - p_3(x)|$  für  $x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  nach oben ab.

#### Aufgabe 4.5

Entwickeln Sie  $f(x) = \frac{1}{1+2x}$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$  in eine Taylorreihe und bestimmen Sie den Konvergenzradius  $R$  dieser Taylorreihe.

### Aufgabe 4.6

(a)  $\int x^3 - 3x^2 + 9x \, dx$

(b)  $\int \frac{5}{2} \cdot x \cdot \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{7}{x} \, dx$

(c)  $\int e^{x+1} + \frac{1}{2^x} - \pi \, dx$

(d)  $\int x \cdot e^x \, dx$

(e)  $\int x \cdot 4^{2x} \, dx$

(f)  $\int x \cdot e^{x^2} \, dx$

(g)  $\int \cos(2x + 3) \, dx$

(h)  $\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \, dx$

(i)  $\int \frac{4x}{x^2 + 2} \, dx$

(j)  $\int \cos^2(x) \, dx$

(k)  $\int \sqrt{1 - x^2} \, dx$

(l)  $\int \frac{dx}{x^3 - 3x + 2}$

### Aufgabe 4.7

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

(a)  $\int_2^{2\sqrt{3}} \frac{1}{4 + x^2} \, dx$

(b)  $\int_{-1}^3 \max \{x^2 + 4x - 4, 3x + 2\} \, dx$

(c)  $\int_1^e 3x^3 \ln(x^4) \, dx$

(d)  $\int_0^1 x^2 e^{-x} \, dx$