

Aufgabe 1

Bestimmen Sie unter Verwendung des Gauß-Jordan-Verfahrens die Lösung des jeweiligen linearen Gleichungssystems $Ax = b$ bzw. $Ax = c$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 18 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie mittels Gauß-Jordan-Verfahren die Inversen der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Ein Betrieb soll die drei Erzeugnisse A, B und C produzieren. Dazu stehen ihm 205 Arbeitsstunden zur Verfügung. Folgende Daten sind gegeben:

	A	B	C
Herstellungszeit pro Stück (in Std.)	1	3	2
Gewinn pro Stück (in €)	4	6	3

An Bedingungen sind einzuhalten: Von A sollen höchstens 100 Stück, von C mindestens 30 Stück hergestellt werden, außerdem soll von B mindestens ein Drittel der Stückzahl von C vorhanden sein. Wie muss der Betrieb produzieren, damit sein Gewinn möglichst groß wird? Formulieren Sie diese Problemstellung als lineare Optimierungsaufgabe.

Aufgabe 4

Eine Großmolkerei wird monatlich mit 24 Millionen Liter Milch beliefert, die zu Quark und Käse verarbeitet werden. Für die Herstellung von 1 kg Quark werden 4 Liter, für die von 1 kg Käse 12 Liter Milch benötigt. Ferner dürfen aus technischen Gründen die produzierten Massen an Quark und Käse zusammen 4000 Tonnen nicht übersteigen. Außerdem müssen aufgrund von Lieferverpflichtungen mindestens 1000 Tonnen Quark und 500 Tonnen Käse produziert werden. Pro Kilogramm Quark verdient die Molkerei nach Abzug aller Produktionskosten 10 Cent, bei einem Kilo Käse sind es 20 Cent. Gesucht ist ein Produktionsprogramm, bei dem unter den gegebenen Voraussetzungen der Gewinn maximiert wird. Formulieren Sie das zugehörige lineare Optimierungsproblem.