

Aufgabe 10

Lösen Sie das LOP aus Hausaufgabe H1.3 rechnerisch mit dem Simplex-Algorithmus. (Zur grafischen Lösung siehe Aufgabe 7 von den Zusatzaufgaben für das Tutorium.)

Aufgabe 11 (vgl. Hausaufgabe H2.1)

Bestimmen Sie mit Hilfe von Phase II des Simplex-Algorithmus alle Lösungen des folgenden Problems:

$$\begin{array}{llll} \text{Minimiere} & x_1 & - & x_2 \\ \text{u.d.N.} & 3x_1 & - & x_2 \geq -3 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 5 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 4 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Aufgabe 12

Das Problem aus Aufgabe 11 sei um die Nebenbedingung $x_1 \leq 4$ erweitert. Bestimmen Sie mit Hilfe von Phase II des Simplex-Algorithmus alle Lösungen des erweiterten Problems.

Aufgabe 13

Gegeben seien die folgenden linearen Optimierungsprobleme:

$$\begin{array}{ll} (P_1): \text{ Minimiere} & -2x_1 - 3x_2 \\ \text{u.d.N.} & x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} (P_2): \text{ Minimiere} & -2x_1 + 3x_2 \\ \text{u.d.N.} & x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Die zugehörigen Normalformen liefern jeweils eine zulässige Basislösung, so dass die eindeutige Lösung der Probleme mit Phase II des Simplex-Algorithmus berechnet werden kann.

- Lösen Sie die Probleme mit dem Simplex-Algorithmus und zur Selbstkontrolle zusätzlich grafisch.
- Wenn man in Schritt (2) der k-ten Iteration von Phase II des Simplex-Algorithmus (siehe Skript zur Vorlesung, Seite 45) zur Wahl der Pivotspalte fordert, nicht nur irgendein $c_s < 0$, sondern stets $c_s = \min_{j \in N} c_j$ zu wählen, dann ist für beide Probleme (P_1) und (P_2) im ersten Schritt von Phase II des Simplex-Algorithmus die Pivotwahl eindeutig festgelegt. Im ersten Schritt wird dabei x_2 in (P_1) bzw. x_1 in (P_2) zur Basisvariable. Was passiert, wenn man im ersten Schritt in der zugehörigen Spalte das jeweils andere (also falsche/unzulässige) Element als Pivotelement wählt? Beantworten Sie diese Frage, in dem Sie mit diesem falsch gewählten Pivotelement die entsprechenden Rechenschritte von Phase II durchführen, und verdeutlichen Sie sich das Ergebnis im entstehenden Tableau jeweils in der Grafik aus Aufgabenteil (a).

Aufgabe 14

Lösen Sie die folgenden linearen Optimierungsprobleme mit Hilfe des Simplexalgorithmus. Geben Sie zu jeder der Aufgaben eine Lösung sowie den zugehörigen Zielfunktionswert an.

(a)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Minimiere} & 2x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & - & x_4 \\ \text{u.d.N.} & -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 \leq 1 \\ & x_1 & + & 4x_2 & & & - & 2x_4 \leq 1 \\ & x_1 & - & x_2 & & & + & x_4 \leq 4 \\ & & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Maximiere} & 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 \\ \text{u.d.N.} & 2x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & - & x_4 \leq 4 \\ & -x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 \leq 4 \\ & -x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 \leq 4 \\ & & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$