

Aufgabe 17

$$\begin{array}{ll}
 \text{(P)} & \max \quad -5x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 6x_4 \\
 & \text{u.d.N.} \quad -6x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 14 \\
 & \quad \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -25 \\
 & \quad \quad -2x_1 + x_2 \quad \quad \quad + 2x_4 \leq 14 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
 \end{array}$$

- (a) Lösen Sie (P) mit Hilfe des dualen Simplexalgorithmus. Geben Sie außerdem das duale Problem zu (P) und dessen Lösung an.
- (b) Lösen Sie (P) ohne Verwendung des dualen Simplexalgorithmus. Vergleichen Sie den Aufwand mit (a).

Aufgabe 18

Bestimmen Sie mit dem dualen Simplexalgorithmus eine Lösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{ll}
 \text{(P)} & \min \quad 3x_1 + 4x_2 + x_3 \\
 & \text{u.d.N.} \quad -x_1 - x_2 + x_3 \leq -3 \\
 & \quad \quad 3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq -1 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

Stellen Sie anschließend das zu (P) duale Problem auf und lösen Sie dieses grafisch. Bringen Sie die ermittelten Resultate in Zusammenhang.

Aufgabe 19

Gegeben sei das folgende lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(P)} & \min \quad -x_1 - 3x_2 \\
 & \text{u.d.N.} \quad x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & \quad \quad -x_1 + x_2 \leq 5 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

- (a) Lösen Sie das Problem mit dem Simplex-Algorithmus.
- (b) Das ursprüngliche Problem soll durch die Nebenbedingung

$$x_1 + 2x_2 \leq 12$$

ergänzt werden. Lösen Sie das entstehende lineare Optimierungsproblem ($\tilde{P}$) mit Hilfe des dualen Simplexalgorithmus, indem Sie das letzte, optimale Tableau aus (a) durch die zusätzliche Nebenbedingung geeignet erweitern.

Aufgabe 20

Sei (P) das lineare Optimierungsproblem aus Hausaufgabe H4.1.(a). Formulieren Sie das zu (P) duale Problem (D), und lösen Sie (D) mit Hilfe des dualen Simplexalgorithmus. Begründen Sie, warum auch dieser Lösungsweg die aus H4.1 bereits bekannte Lösung $(x_1, x_2)^T = (2, 4)^T$ des primalen Problems (P) liefert.