Brandenburgische Technische Universität Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Interpolation und Approximation

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik und Physik im Sommersemester 2016

Geben Sie Ihren Namen und Matr.-Nr. auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 1 - Abgabe bis Mittwoch, 13. April 2016, 12 Uhr im HG, Raum 4.49

Aufgabe H1.1 (12 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) \;=\; \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

(a) Entwickeln Sie die Funktion f um den Entwicklungspunkt $x_0 := 0$ in eine Taylorreihe, und bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe.

(b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_3(x)$ dritten Grades für die Funktion f an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. Weisen Sie nach, dass für das Restglied $R_3(x) := f(x) - T_3(x)$ die Abschätzung $\left|R_3(x)\right| \leq 3 \cdot 10^{-5}$ für alle $x \in \left[0, \frac{1}{10}\right]$ gilt.

Aufgabe H1.2 (8 Punkte)

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Hornerschemas, dass das Polynom $f(x) = 2x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 38x^2 + 10x + 93$ an der Stelle $x = -3$ verschwindet, und spalten Sie den Linearfaktor dieser Nullstelle vom Polynom ab, indem Sie die Koeffizienten des Polynoms g mit $f(x) = (x+3) \cdot g(x)$ im Hornerschema ablesen.

(b) Werten Sie mit Hilfe des Hornerschemas das Polynom $f(x) = 5x^5 - 3x^4 + 7x^2 - 2x + 9$ an der Stelle $x = 2$ aus. Stellen Sie f in der Form $f(x) = (x-2) \cdot g(x) + f(2)$ dar.

Aufgabe H1.3 (5 Punkte)

Entwickeln Sie das Polynom $f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x + 8$ mit Hilfe des vollständigen Hornerschemas an der Stelle $x = -3$ in ein Taylorpolynom, und geben Sie sämtliche Ableitungswerte von f an der Stelle $x = 3$ an.

Aufgabe H1.4 (5 Punkte)

Bestimmen Sie unter Verwendung des Hornerschemas alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der Gleichung

$$f(x) \;:=\; x^5 + 10x^4 + 4x^3 - 60x^2 - 13x + 42 \;=\; 0\,.$$

(*Hinweis: Bestimmen Sie zuerst alle ganzzahligen Lösungen.*)