



Interpolation und Approximation

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik und Physik im Sommersemester 2016

Aufgaben für die Übung am 08. April 2016

Aufgabe Ü1.1

- Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = -\ln\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe $T_f(x)$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert $T_f(x)$ gegen $f(x)$?
- Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades der Funktion $f(x) = \sin^2(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Weisen Sie außerdem nach, dass für das Restglied $R(x)$ die Abschätzung $|R(x)| \leq \frac{1}{48}$ für alle $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ gilt.
- Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades der Funktion $f(x) = \sin(x) \cos(x) + \cos(2x) + 1$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{\pi}{4}$. Weisen Sie außerdem nach, dass für das Restglied $R(x)$ die Abschätzung $|R(x)| < \frac{\pi^4}{20000}$ für alle $x \in \left[\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{3}\right]$ gilt.

Aufgabe Ü1.2

- Zeigen Sie mit Hilfe des Hornerchemas, dass das Polynom $f(x) = 4x^5 - 6x^4 - 13x^3 + 3x^2 - x - 159$ an der Stelle $x = 3$ verschwindet, und spalten Sie den Linearfaktor dieser Nullstelle vom Polynom ab, indem Sie die Koeffizienten des Polynoms g mit $f(x) = (x - 3) \cdot g(x)$ im Hornerchema ablesen.
- Werten Sie mit Hilfe des Hornerchemas das Polynom $f(x) = 3x^6 + 3x^4 + 5x^3 - 2x - 7$ an der Stelle $x = 3$ aus. Stellen Sie f in der Form $f(x) = (x - 3) \cdot g(x) + f(3)$ dar.

Aufgabe Ü1.3

Entwickeln Sie das Polynom $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x - 10$ mit Hilfe des vollständigen Hornerchemas an der Stelle $x = 2$ in ein Taylorpolynom, und geben Sie sämtliche Ableitungswerte von f an der Stelle $x = 2$ an.