
Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und
Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 1 - Abgabe bis Dienstag, 26.10.2010, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Beweisen Sie folgenden Aussagen durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$.

(a) $a_n := 5^{2n} - 3^{2n}$ ist durch 8 teilbar.

(b) $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{k-1}{k}\right) = \frac{1}{n!}$ für $n \geq 2$.

(c) $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Es seien M, N zwei nichtleere Teilmengen und $f : M \rightarrow N$ eine Funktion. Für eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist $f(X)$ definiert durch $f(X) := \{f(x) \mid x \in X\}$.

(a) Zeigen Sie, dass für $A, B \subseteq M$ stets gilt: $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ und $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

(b) Geben Sie ein Beispiel für die Mengen M, N, A, B bzw. die Funktion f an, so dass $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ gilt.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Seien R ein Ring, M eine beliebige Menge und $\text{Abb}(M, R)$ die Menge aller Abbildungen von M nach R . Auf $\text{Abb}(M, R)$ sei eine Addition und eine Multiplikation wie folgt definiert:

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x) \quad , \quad (f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x) \quad \text{für } x \in M \text{ und } f, g \in \text{Abb}(M, R).$$

(a) Zeigen Sie, dass $\text{Abb}(M, R)$ mit diesen Verknüpfungen ein Ring wird.

(b) Beweisen oder widerlegen Sie: Ist R sogar ein Körper, dann ist auch $\text{Abb}(M, R)$ ein Körper.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Bestimmen Sie (bis auf Isomorphie) alle Gruppen mit höchstens vier Elementen. Welche davon sind abelsch?