Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 2 - Abgabe bis Dienstag, 02.11.2010, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) Für jede reelle Zahl $q > 0$ gilt: $q + \frac{1}{q} \geq 2$. Das Gleichheitszeichen gilt genau dann, wenn $q = 1$ ist.

(b) Für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $|a - b| \geq \big||a| - |b|\big|$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Für $n = 2$ und $n = 3$ sei die Menge $A_n = \{x \in \mathbb{Q} \mid 8 \leq x^n \leq 9\} \subset \mathbb{Q}$ definiert. Diskutieren Sie die Existenz von Suprema und Infima für diese Menge im Körper $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Bestimmen Sie das Supremum der Menge $X := \left\{ \frac{1}{n+m} \;\middle|\; n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Zeigen Sie, dass diese Zahl tatsächlich das Supremum von X darstellt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Bestimmen Sie alle reellen Zahlen $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $1 - |x| \geq x^2$

(b) $\frac{x+4}{x-2} < x$

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Untersuchen Sie die Zahlenfolgen $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$b_n := \frac{(n+1)^4}{n^3+1} \quad \text{und} \quad c_n := \frac{3n^3+2n^2}{5n^3-1} - \frac{4-2n^2}{7n+5n^2}$$

auf Konvergenz und geben Sie die Grenzwerte an, falls diese existieren.