

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und
Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 10 - Abgabe bis Dienstag, 11.01.2011, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch $f(x) := e^{x^2-1} - x^2 + 3$ definiert.

- Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen der Funktion f .
- Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion f . Entscheiden Sie, ob es sich dabei um lokale Minima oder Maxima handelt und berechnen Sie die Funktionswerte in den Extremstellen.
- Untersuchen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regeln von l'Hospital:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^m)}{\ln(x^n)}$ für $m, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2(x)}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \cos(x)}{x}$

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Konvergenzradien R der folgenden Potenzreihen:

- $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{2k}{k} x^k$
- $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-2)^k}{2k^2 + k + 1}$
- $\sum_{k=1}^{\infty} k^k x^k$
- $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 5^k (x-2)^k$ (Hinweis: Es gilt $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{k} = 1$.)

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades der Funktion $f(x) = \frac{\sin(2x)}{e^x}$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und schätzen Sie das Restglied für $x \in [0, \frac{1}{10}]$ ab.