

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und
Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 11 - Abgabe bis Dienstag, 18.01.2011, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Zu einer beschränkten Funktion $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $a > 0$ seien $U(f)$ und $V(f)$ wie folgt definiert:

$$U(f) := \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung von } [0, a] \\ \text{mit } g(x) \leq f(x) \forall x \in [0, a]\}$$

$$V(f) := \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung von } [0, a] \\ \text{mit } g(x) \geq f(x) \forall x \in [0, a]\}$$

Außerdem seien $u_f := \sup \{ \int_0^a g(x) dx \mid g \in U(f) \}$ und $v_f := \inf \{ \int_0^a g(x) dx \mid g \in V(f) \}$ definiert.

- Bestimmen Sie u_f und v_f zu $f(x) = x^2$ für $x \in [0, a]$.
- Ist $f(x) = x^2$ integrierbar? Falls ja, dann begründen Sie dies unter Rückgriff auf die Definition von Ober- und Unterintegral und berechnen Sie $\int_0^a x^2 dx$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a) $\int \frac{dx}{2x-3}$

(b) $\int a^{2x} dx$, $a > 0$

(c) $\int x^2 e^{-x} dx$

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_{-1}^1 -x^3 + 3x^2 - x + 3 dx$

(c) $\int_{-1}^1 |x| + 1 dx$

(b) $\int_3^{\sqrt{14}} \frac{2x}{(x-2)(x+2)} dx$

(d) $\int_0^1 \frac{x}{x^2+5} dx$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Potenzreihen?

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} x^2 (x+1)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$