

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Aufgaben zur Übungsstunde am 11./12.11.2010

Aufgabe 1: Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Häufungswerte:

- (a) $a_n := n$
- (b) $a_n := \begin{cases} n & , \quad n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{n} & , \quad n \text{ gerade} \end{cases}$
- (c) $a_n := \sqrt{n^2 + 3n} - n$
- (d) $a_n := (-1)^n \frac{n+1}{n}$
- (e) $a_n := (-1)^{n+1} \frac{3n}{2n+1}$
- (f) $a_n := \frac{n^2+2}{n} - 3 \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$

Aufgabe 2: Beweisen Sie folgende Behauptungen mit Hilfe der $\varepsilon - n_0$ -Definition der Konvergenz:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := \frac{n^2}{2^n}$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ für $a_n := \sqrt[n]{n}$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie je eine Partialbruchzerlegung zu folgenden Brüchen, wobei $n \in \mathbb{N}$:

- (a) $\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$
- (b) $\frac{1}{(5n+2)(2n-5)}$
- (c) $\frac{n}{n^2-4}$

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die folgenden unendlichen Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie, falls möglich, ihren Grenzwert:

- (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1} + 4^{n-2}}{6^n}$
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$
- (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3+n^2}{4+2n^2} \right)^n$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{k} - \sqrt{k-1}$$

$$(e) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{3^n}$$

$$(f) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(|x| - \frac{1}{4} \right)^n \text{ für } x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x| < 1$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(h) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ mit } a_n := \begin{cases} 2^{-n} & , \quad n \text{ gerade} \\ 2^{2-n} & , \quad n \text{ ungerade} \end{cases}$$

Konvergieren die Reihen in (e) und (f) absolut?