Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Aufgaben zur Übungsstunde am 25./26.11.2010

Aufgabe 1: Zu jeder reellen Zahl x mit $0 < x < 1$ gibt es eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, so dass x in einen b-adischen Bruch $x = \sum_{k=1}^{\infty} a_k b^{-k}$ entwickelt werden kann.

(a) Entwickeln Sie $x = \frac{1}{7}$ in einen b-adischen Bruch für $b = 2, 7, 10$.

(b) Entwickeln Sie $x = \frac{1}{9}$ für $b = 5$ in einen b-adischen Bruch.

Aufgabe 2:

(a) Zeigen Sie, dass die Reihe $C(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ absolut konvergiert.

(b) Man beweise mit Hilfe des Cauchy-Produktes von Reihen die Formel $2C(x)^2 = C(2x) + 1$.

Aufgabe 3:
Weisen Sie mit Hilfe der Definition des Funktionsgrenzwertes nach, dass der Grenzwert $\lim_{x\to x_0} f(x)$ für die angegebenen Funktionen f bzw. Punkte x_0 nicht existiert:

(a) $f(x) := \dfrac{1}{x-1}$ für $x_0 = 1$

(b) $f(x) := 2^{\frac{1}{x}}$ für $x_0 = 0$

(c) $f(x) := \cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$ für $x_0 = 0$

Aufgabe 4:
Bestimmen Sie die Definitionsbereiche D, auf denen die folgenden Funktionen $f : D \to \mathbb{R}$ sinnvoll definiert werden können. Prüfen Sie die Funktionen auf Stetigkeit und auf die Möglichkeit der stetigen Ergänzbarkeit.

(a) $f(x) := \dfrac{x}{|x|}$

(b) $f(x) := \dfrac{x-3}{x^2-2}$

(c) $f(x) := \dfrac{4x^2+1}{3x^2+2}$

(d) $f(x) := \dfrac{x^n-1}{x^m-1}$ für $n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

(e) $f(x) := \dfrac{\sin(x)}{x}$