

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Aufgaben zur Übungsstunde am 09./10.12.2010

Aufgabe 1: Beweisen Sie folgende Behauptungen:

- (a) $f(x) := \frac{1}{x}$ ist im Intervall $(0, 1]$ stetig, aber nicht gleichmäßig stetig.
- (b) $f(x) := \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ist in $\mathbb{R}$ gleichmäßig stetig.
- (c) $f(x) := \ln(x)$ ist in Intervall $[a, \infty)$ mit $a > 0$ gleichmäßig stetig.
- (d) $f(x) := \ln(x)$ ist im Intervall $(0, \infty)$ nicht gleichmäßig stetig.

Aufgabe 2:

Beweisen Sie, dass die $\cos$ -Funktion im Intervall $[0, 2]$ genau eine Nullstelle hat. Verwenden Sie dazu ausschließlich die Reihenentwicklung der $\cos$ -Funktion.

Aufgabe 3

Die $\cos$ -Funktion besitzt im Intervall $[0, 2]$ eine Nullstelle, die mit $\frac{\pi}{2}$ bezeichnet wird. Leiten Sie mit Hilfe der Rechenregeln und Additionstheoreme zur $\sin$ - und $\cos$ -Funktion aus der Vorlesung die folgende Wertetabelle her, ohne auf die geometrische Interpretation zurückzugreifen.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin(x)$	0	1	0	-1	0
$\cos(x)$	1	0	-1	0	1

Aufgabe 4

Weisen Sie *ohne* Anwendung der Produkt-, Quotienten- und der Kettenregel nach, dass die nachfolgenden Funktionen die angegebene erste Ableitung besitzen.

- (a) $f(x) = \cos(x^k)$ hat die Ableitung $f'(x) = -kx^{k-1} \sin(x^k)$, $k \in \mathbb{N}$.
- (b) $f(x) = \exp\left(\frac{1}{x}\right)$ hat die Ableitung $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \exp\left(\frac{1}{x}\right)$
- (c) $f(x) = x^2 \sin(x)$ hat die Ableitung $f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$

Aufgabe 5

Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der nachfolgenden Funktionen an und berechnen Sie die erste Ableitung:

- (a) $f(x) = \sqrt{\ln(x)}$
- (b) $f(x) = \frac{\tan(x)}{x}$
- (c) $f(x) = \ln(1 + \sin^2(x))$