Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor und eBusiness/ Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2010/2011

Aufgaben zur Übungsstunde am 06./07.01.2011

Aufgabe 1: Die Funktion $f_k : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ sei für $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ durch $f_k(x) = 4\frac{kx+k^2}{x^2}$ definiert.

(a) Führen Sie für die Funktion f_k eine Kurvendiskussion mit folgendem Inhalt durch: Nullstellen, Polstellen, Verhalten im Unendlichen, Koordinaten der lokalen Extrempunkte, Art der Extrempunkte und Koordinaten der Wendepunkte.

(b) Stellen Sie eine Gleichung der Wendetangenten w_k an den Graphen der Funktion f_k auf.

(c) Zeigen Sie, dass jede Wendetangente w_k durch denselben Punkt P verläuft und geben Sie die Koordinaten von P an.

Aufgabe 2

Von einem rechteckigem, 60 cm langen und 30 cm breiten Stück Pappe werden Quadrate abgetrennt. Wie groß sind diese Quadrate zu wählen, damit der Rest der Pappe zu einer Schachtel mit maximalem Inhalt gefaltet werden kann, wobei der Deckel auf drei Seiten übergreift?

Aufgabe 3

Ein Lebensmittelhersteller möchte je 0.33 Liter eines seiner Produkte in einer Konservendose abfüllen, die einen Radius von r cm und eine Höhe von h cm hat. Wie müssen der Radius r und die Höhe h gewählt werden, damit der Materialverbrauch zur Herstellung der Dose minimal ist?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regeln von l'Hospital:

(a) $\lim\limits_{x\uparrow 0} \dfrac{2e^x - 2}{x}$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x) + 1}{x}$

(c) $\lim\limits_{x\to 0}(1 + \arctan(x))^{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim\limits_{x\uparrow 1} \dfrac{\frac{\pi}{2} - \arcsin(x)}{\sqrt{1-x}}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0} x^x$

Aufgabe 5

(a) Entwickeln Sie $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe und bestimmen Sie deren Konvergenzradius R.

(b) Berechnen Sie das Taylorpolynom 5. Grades zu $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und schätzen Sie das Restglied für $x \in \left[0, \frac{1}{100}\right]$ ab.

(c) Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades zu $f(x) = \frac{x}{1+x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ und schätzen Sie das Restglied für $x \in [1, 3]$ ab.

(d) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n (x+2)^n$?

(e) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$?

(f) Berechnen Sie den Grenzwert $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \sin(x)$ ohne die Regel von l'Hospital anzuwenden.