

Computerbasierte Mathematische Modellierung

für Mathematiker, Wirtschaftsmathematiker, Informatiker im Wintersemester 2010/2011

Optimierung mit Matlab

Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe der Lösungen: Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben und geben Sie diese bis zum Dienstag, den 09. November 2010 ab. Sie dürfen die Aufgaben in Gruppen von maximal 2 Teilnehmern bearbeiten. Zu jeder Aufgabe schreiben Sie bitte eine schriftliche Ausarbeitung, in der Sie Ihre Lösungen dokumentieren, d.h. Angabe der mathematischen Modelle, warum Sie gerade ein bestimmtes Modell gewählt haben usw. Diese schriftliche Ausarbeitung, die Sie nach Möglichkeit mit Hilfe von $\text{\LaTeX}$ / $\text{\TeX}$ erstellen, werfen Sie bitte bis zum 09. November 2010 in das **Postfach Nr. 20 im Hauptgebäude** ein. Die elektronische Variante dieser Ausarbeitung (es werden nur pdf- oder ps-Dateien akzeptiert) und Ihre selbst programmierten Matlab-Funktionen senden Sie bitte bis zum genannten Termin per E-Mail an kunatjen@tu-cottbus.de unter **Betreff: Modellierung**.

Aufgabe 1

Während der Antikoagulationstherapie müssen Patienten ein Medikament mit dem Wirkstoff Phenprocoumon einnehmen, um die Gerinnungsfähigkeit ihres Blutes herabzusetzen. Dies kann zum Beispiel in der Folge eines Herzinfarktes, Schlaganfalls oder nach Operationen notwendig werden. Die Gerinnungsfähigkeit wird mit Hilfe des INR-Wertes (Internationalized Normalized Ratio) gemessen, wobei für jeden Patienten ein individueller INR-Zielbereich festgelegt werden muss, der sich im Verlauf der Therapie auch verändern kann. Nimmt ein Patient dabei täglich die gleiche Dauerdosis d (in mg) ein, so kann unterstellt werden, dass sich nach einer gewissen Zeit ein (theoretisch) konstanter INR-Wert einstellt. Wird keine Dosis eingenommen ($d = 0$), so gilt $\text{INR} \approx 1$. Die nachfolgenden Tabellen 1 bis 3 zeigen die INR-Wertmessungen in Abhängigkeit von der Dosis d , die bei drei verschiedenen Patienten ermittelt wurden.

d	0	0.75	1.5	2.25	3	3.75	4.5
INR	1	1.23	1.51	1.86	2.28	2.8	3.45

Tabelle 1

d	0	0.75	1.5	2.25	3	3.75	4.5
INR	1	1.39	1.92	2.67	3.71	5.15	7.15

Tabelle 2

d	0	0.75	1.5	2.25	3	3.75	4.5
INR	1	1.09	1.21	1.32	1.45	1.59	1.75

Tabelle 3

Gibt es einen funktionalen Zusammenhang $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(d) \approx \text{INR}(d)$? Untersuchen Sie diese Fragestellung, indem Sie eine Reihe von Testdaten durch eine oder mehrere geeignete Funktionen approximieren.

(Hinweis: Die in den Tabellen 1 bis 3 enthaltenen sowie weitere Datenreihen können Sie auf der Internetseite zur Lehrveranstaltung als `csv`-Datei `inwerte.csv` abrufen, ein Abtippen ist also nicht notwendig! Die INR-Werte wurden in einer Matrix zusammengefaßt, wobei in der ersten Spalte jeweils der INR-Wert für $d = 0$ und in der letzten Spalte der für $d = 4.5$ steht. Sie können die Daten mit der Matlab-Funktion `csvread` einlesen.)

Aufgabe 2

Die Bungalows in einer Feriensiedlung mit unterschiedlich großen Grundstücken sollen eine gemeinsame geradlinig verlaufende Abwasserleitung erhalten. Die Ableitungen von den Häusern sollen senkrecht zu der geplanten Leitung angelegt werden. Die Standorte der $n \geq 2$ Bungalows seien zur Vereinfachung durch ein Koordinatenpaar (x_i, y_i) mit $x_i > 0$ und $y_i > 0$ für $i = 1, \dots, n$ repräsentiert, wobei der triviale Fall ausgeschlossen sei, dass alle Bungalows auf einer Geraden liegen. Wie muss die Abwasserleitung geplant werden, damit die Länge der Zuleitungen insgesamt minimal wird? Dabei kann angenommen werden, dass der Anschluss der Abwasserleitung an das bestehende Abwassernetz an einem beliebigen Punkt möglich ist. Formulieren Sie die mathematische Aufgabenstellung und schreiben Sie ein Matlab-Programm zur **numerischen** Lösung des Problems, wobei die Lösung auch grafisch dargestellt werden soll. Testen Sie Ihre Programme anhand der Beispieldaten in den Tabellen 4 bis 6. (Hinweis: Die Daten können Sie sich von der Internetseite zur Lehrveranstaltung herunterladen, Dateinamen: `ferienhaus1.csv` bis `ferienhaus3.csv`. Mit Hilfe der ebenfalls dort zu findenden Funktion `ferienhauskoordinaten.m` können Sie sich weitere Beispieldaten für beliebiges $n \geq 2$ erzeugen lassen.)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15
y_i	4	6	3	0	8	5	2	10	7	4	9	6

Tabelle 4: `ferienhaus1.csv`

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_i	4.1593	5.2516	6.2547	8.7551	10.25	11.2435	12.6551	14.5853	19.8909	21.0358	22.446	27.8804	32.5	33.5	34.25
y_i	8.934	2	1	11.4715	3	10.7482	6.771	13.1742	9.0782	6.0381	1.8173	13.6002	4.4314	13.7362	2.1307

Tabelle 5: `ferienhaus2.csv`

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_i	1.115	4	5	5.9478	7	8	9.3498	12	13	19.4997	20.3765	21.75	27.3396	28.1219	30.873
y_i	9.1491	8.3924	7.5635	7.4508	6.9536	6.82	5	4.5575	4.5376	2.8876	2.5449	2.4465	2.0821	1.9486	1.7255

Tabelle 6: `ferienhaus3.csv`