

## Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor  
und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

### Übungsblatt 5 - Abgabe bis Dienstag, 22.11.2011, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

#### Aufgabe 1 (18 Punkte)

- (a) Formulieren Sie ein zum Majorantenkriterium analoges Minorantenkriterium für die Divergenz einer unendlichen Reihe und beweisen Sie es.
- (b) Welche der folgenden Reihen sind konvergent?

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+4}{n^2+4n+4} \quad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{8^n+\sqrt{3^n}} \quad (iii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n^2}{n-1} \quad (iv) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-4}{n!+2}$$

- (c) Zeigen Sie, dass die Reihe  $\sum_{n=3}^{\infty} a_n$  mit  $a_n := \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^{n+1}}$  divergiert. Warum ist hier das Leibnizkriterium nicht anwendbar?

(Hinweis zu (c): Betrachten Sie  $b_k := a_{2k} + a_{2k+1}$  und  $\sum b_k$ .)

#### Aufgabe 2 (12 Punkte)

Weisen Sie mit Hilfe des Leibnizkriteriums nach, dass die folgenden Reihen konvergieren. Sind die Reihen auch absolut konvergent?

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(-2)^n}$$
$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n+1}$$

(Hinweis zu (a): Weisen Sie zunächst nach, dass  $\frac{n^2}{2^n} \leq \frac{1}{n}$  und  $3n^2 + 3n + 1 \leq 2^n$  jeweils für  $n \geq 10$  gilt!)

#### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zu jeder reellen Zahl  $x$  mit  $0 < x < 1$  gibt es eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , so dass  $x$  in einen  $b$ -adischen Bruch  $x = \sum_{k=1}^{\infty} a_k b^{-k}$  entwickelt werden kann. Entwickeln Sie  $x = \frac{1}{7}$  in einen  $b$ -adischen Bruch für  $b = 2$  und  $b = 10$ .