

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Übungsblatt 8 - Abgabe bis Dienstag, 13.12.2011, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Beweisen Sie folgende Behauptungen:

- (a) $f(x) := \frac{1}{x}$ ist im Intervall $(0, 1]$ stetig, aber nicht gleichmäßig stetig.
- (b) $f(x) := \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ist in $\mathbb{R}$ gleichmäßig stetig.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme

- $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$
- $\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$,

dass die folgenden Gleichungen für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gelten:

- (a) $\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$
- (b) $\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$
- (c) $\sin(3x) = 3\sin(x) - 4\sin^3(x)$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden stetigen Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ einmal *stetig differenzierbar* sind. Wenn dies der Fall ist, dann geben Sie die erste Ableitung $f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ von f an.

- (a) $f(x) := \begin{cases} \sqrt{x} & , \quad x \geq 1 \\ \exp\left(\frac{x-1}{2}\right) & , \quad x < 1 \end{cases}$
- (b) $f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Funktionen $f: D \rightarrow \mathbb{R}$. Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D der Funktionen an und berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen f .

- (a) $f(x) := x \cdot \exp(\sin(x))$
- (b) $f(x) = \ln |\cos(x)|$
- (c) $f(x) = \ln(\sin(x))$

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Es seien $a > 0$ und $f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Für ein $\beta > 1$ gelte $|f(x)| \leq |x|^\beta$ für alle $x \in [-a, a]$. Zeigen Sie, dass f in $x_0 = 0$ differenzierbar ist und $f'(0) = 0$ gilt.