Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Aufgaben für die Übungen am 27. und 28.10.2011

Aufgabe 1

Stellen Sie die komplexen Zahlen $u := \frac{1}{1-i}$ und $v := \frac{i}{1+2i} + \frac{3}{4i}$ in der Form $a + bi$ dar.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$, für die folgende Gleichungen erfüllt sind:

(a) $z^2 = -25$

(b) $z^3 = 1$

(c) $z + z^2 + z^3 = 0$

Aufgabe 3

(a) Es seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}, (b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ drei reelle Zahlenfolgen mit $a_n \leq b_n \leq c_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie folgende Behauptung: Sind $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent mit

$$\lim_{n\to\infty} a_n \;=\; \lim_{n\to\infty} c_n =: c \in \mathbb{R},$$

so ist auch die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent und besitzt ebenfalls den Grenzwert c.

(b) Sei $x \in \mathbb{R}$ eine Zahl mit $|x| < 1$. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei definiert durch $a_n := x^n$ für $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen Null konvergiert.

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die folgenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert:

(a) $a_n := \dfrac{2n(n+1)(n-1)}{n^3+1}$

(b) $a_n := \dfrac{\sqrt{n}(n^2+2n-3)}{n^2-8}$

(c) $a_n := \sqrt{2n+\sqrt{n}} - \sqrt{2n-\sqrt{n}}$

(d) $a_n := \dfrac{(-1)^n}{2}$

(e) $a_n := \dfrac{8^n - 2n}{11^n + n^2}$