Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Aufgaben für die Übungen am 24. und 25.11.2011

Aufgabe 1

(a) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ konvergiert, das Cauchy-Produkt $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}\right)$ aber nicht konvergiert.

(b) Konvergiert das Cauchy-Produkt $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\right)$ absolut? Begründen Sie Ihre Antwort, ohne das Cauchy-Produkt zu berechnen!

Aufgabe 2

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionsgrenzwerte $\lim_{x \to x_0} f(x)$ existieren:

(a) $f(x) := \frac{1}{x}$ für $x_0 := 1$

(b) $f(x) := \frac{x}{x^2-1}$ für $x_0 := 2$

(c) $f(x) := \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ für $x_0 := 0$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche D, auf denen die folgenden Funktionen $f : D \to \mathbb{R}$ sinnvoll definiert werden können. Prüfen Sie die Funktionen auf Stetigkeit und auf die Möglichkeit der stetigen Ergänzbarkeit.

(a) $f(x) := \begin{cases} |x| + 1 & , \quad x < 0 \\ (x+1)^2 & , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ 19 & , \quad x > 3 \end{cases}$

(b) $f(x) := \dfrac{x-5}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$

Aufgabe 4

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Beweisen Sie folgende Behauptung: Gilt $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, so folgt stets $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{f(x)} = 0$.