
Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Aufgaben für die Übungen am 08. und 09.12.2011

Aufgabe 1

Verwenden Sie die Definition der Exponentialfunktion durch die unendliche Reihe $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ zum Beweis der Ungleichung $1 + x \leq e^x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) $f(x) := x^2$ ist im Intervall $[0, \infty)$ nicht gleichmäßig stetig
- (b) $f(x) := x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ist im Intervall $(0, a)$ mit $0 < a < \infty$ gleichmäßig stetig
- (c) $f(x) := \ln(x)$ ist in Intervall $[a, \infty)$ mit $a > 0$ gleichmäßig stetig.
- (d) $f(x) := \ln(x)$ ist im Intervall $(0, \infty)$ nicht gleichmäßig stetig.

Aufgabe 3

Weisen Sie mit Hilfe des Differentialquotienten nach, dass $-\sin(x)$ die Ableitung von $\cos(x)$ ist.

Aufgabe 4

Gegeben seien die folgenden Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{R}$. Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D der Funktionen an und berechnen Sie ihre erste Ableitung.

- (a) $f(x) := x^3 \cdot e^{2x}$
- (b) $f(x) = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$
- (d) $f(x) = \ln |\ln |x||$