

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
 und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Aufgaben für die Übungen am 19. und 20.01.2012

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, welche der folgenden uneigentlichen Integrale existieren und bestimmen Sie deren Wert:

(a) $\int_0^1 \ln(x) dx$

(b) $\int_2^\infty \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} dx$

(c) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2}$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Koeffizienten a_k und b_k der Fourierreihe $p(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$ für die nachfolgend genannten 2π -periodischen Funktionen:

(a) $f(x) := x^2$ für $x \in (-\pi, \pi]$

(b) $f(x) := \begin{cases} 0 & , \quad x = 0 \\ \frac{1}{2}(\pi - x) & , \quad 0 < x < 2\pi \end{cases}$

Aufgabe 3

(a) Entscheiden Sie (mit Begründung), ob es sich bei der Funktion

$$f(x) := \begin{cases} x^3 + x & , \quad \text{für } x \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2}x^2 + x & , \quad \text{für } x \in [0, 1] \\ \frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{5}{4} & , \quad \text{für } x \in (1, 2] \end{cases}$$

um einen kubischen Spline handelt.

(b) Bestimmen Sie alle Werte der Parameter $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{R}$, so dass die Funktion

$$s(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx + d & , \quad \text{für } x \in [0, 1) \\ ex^3 + fx^2 + gx + h & , \quad \text{für } x \in [0, 1] \end{cases}$$

ein kubischer Spline mit den Randbedingungen $s''(-1) = s''(1) = 0$ ist, der außerdem die folgenden Daten interpoliert:

x_i	-1	0	1
y_i	1	0	-2