
Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik/Diplom, Informatik/Bachelor, Informations- und Medientechnik/Bachelor
und eBusiness/Bachelor, 3. Semester im Wintersemester 2011/2012

Aufgaben für die Übungen am 02. und 03.02.2012

Aufgabe 1

In der Übungsstunde vom 26./27.01.2012 wurde die Anfangswertaufgabe $y' = 2y + x$ mit $y(0) = 1$ analytisch gelöst. Die Lösung ist die Funktion $y(x) = \frac{5}{4}e^{2x} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. Berechnen Sie numerisch eine Näherung für $y(1)$ auf vier Nachkommastellen genau mit Hilfe des

- (a) (klassischen) Euler-Verfahrens sowie mit dem
- (b) Heun-Verfahren

auf dem Gitter $\Delta = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$. Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse hinsichtlich des Approximationsfehlers mit dem exakten Wert $y(1) = 8.48630124\dots$. Wie kann man den Fehler verkleinern?

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ auf die Existenz von lokalen Extremstellen. Entscheiden Sie im Fall der Existenz, ob es sich um ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

- (a) $f(x, y) = x^3 + y^3 + 6xy$
- (b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 1$
- (c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Aufgabe 3

- (a) Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x, y) := xy^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$.
- (b) Bestimmen Sie die Minima und Maxima der Funktion $f(x, y, z) := 5x + y - 3z$ auf dem Schnitt der Ebene $x + y + z = 0$ mit der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.