Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

# Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

## Übungsblatt 1 - Abgabe bis Dienstag, 23.10.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

**Aufgabe 1** (6 Punkte)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Abbildungen linear sind. Begründen Sie Ihre Antworten.

(a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad$ mit $\quad f\binom{x}{y} := \binom{x+y}{y-x}$

(b) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \quad$ mit $\quad f\left((1,0,-1)^T\right) := (-1,2,3)^T \ , \ f\left((0,1,0)^T\right) := (3,2,0)^T \ , \ f\left((3,2,-3)^T\right) := (3,0,1)^T$

(c) $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \quad$ mit $\quad f(x) := \langle x, x \rangle \cdot x.$

*(Hinweis: In (c) bezeichnet $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Standardskalarprodukt im $\mathbb{R}^n$.)*

**Aufgabe 2** (3 Punkte)

Bestimmen Sie mit dem euklidischen Algorithmus für Polynome den größten gemeinsamen Teiler von

$$f(x) := x^5 + 2x^2 - x + 2 \qquad \text{und} \qquad g(x) := x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2$$

**Aufgabe 3** (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix sowie Basen von Kern und Bild der linearen Abbildung

$$f : \mathbb{R}[x]_{\leq 3} \to \mathbb{R}[x]_{\leq 4} \qquad \text{mit} \qquad f(g) := g \cdot x + g(2) \cdot x^4$$

bezüglich der Standardbasen von $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ und $\mathbb{R}[x]_{\leq 4}$. Geben Sie außerdem die notwendigen Rechenschritte an, mit denen das Polynom $p(x) := 3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$ durch die Abbildung $f$ mit Hilfe der Abbildungsmatrix ausgewertet wird. (Hinweis: Dabei bezeichnet $\mathbb{R}[x]_{\leq n}$ den Vektorraum aller Polynome vom Höchstgrad $n = 3, 4$.)

**Aufgabe 4** (6 Punkte)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die folgenden Behauptungen:

(a) Für $n \geq 1$ gilt $\quad \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (4k-1) \ = \ 2n^2 + n$

(b) Für $n \geq 2$ gilt $\quad \displaystyle\prod_{k=2}^{n} \left(1 - \frac{k-1}{k}\right) = \frac{1}{n!}.$

(c) $a_n := 5^{2n} - 3^{2n} \quad$ ist durch 8 teilbar für $n \in \mathbb{N}$