

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 2 - Abgabe bis Dienstag, 30.10.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

- (a) Für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2, 3, 4\}$ gilt $2^n > n^2$.
- (b) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $|b - a| = \max(a, b) - \min(a, b)$.
- (c) Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $c > 0$ folgt aus $|a - b| < c$ stets $a > b - 2c$.
- (d) Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $c > 0$ folgt aus $a > b - 2c$ stets $|a - b| < c$.
- (e) Für jede reelle Zahl $q > 0$ gilt: $q + \frac{1}{q} \geq 2$. Das Gleichheitszeichen gilt genau dann, wenn $q = 1$ ist.

Aufgabe 6 (17 Punkte)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die nachfolgende Ungleichungen erfüllen. Veranschaulichen Sie die Ungleichungen und ihre Lösungsmengen durch geeignete Skizzen. Untersuchen Sie außerdem die Lösungsmengen auf die Existenz von Infimum, Supremum, Minimum und Maximum und geben Sie diese Werte im Fall ihrer Existenz an.

- (a) $-x^2 - 2x < -2x^2 + x + 10$
- (b) $(x - 2) \cdot |x - 2| \leq 8$
- (c) $x^2 - 2x - 3 \leq -|x - 1| - 4$

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Diskutieren Sie für die Mengen

$$A := \{x \in \mathbb{Q} \mid 9 \leq x^4 \leq 16\} \subset \mathbb{Q} \quad \text{und} \quad B := \{x \in \mathbb{Q} \mid 9 < x^4 < 16, x \geq 0\} \subset \mathbb{Q}$$

die Existenz von Supremum, Infimum, Minimum und Maximum im Körper $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen.