

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 3 - Abgabe bis Dienstag, 06.11.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 8 (7 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie Infimum und Supremum der Menge $M := \left\{ 5 - \frac{3(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$.
- (b) Bestimmen Sie Infimum und Supremum der Menge $N := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 73 \leq x^2 - 8 \leq 225 \right\} \cap \mathbb{Z}$.
- (c) Sei $S := \{m + n \mid m \in M, n \in N\}$. Geben Sie $\sup(S)$ und $\inf(S)$ an.

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Seien $A, B \subset \mathbb{R}$ zwei nichtleere Mengen und $A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$.

- (a) Zeigen Sie: $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.
- (b) Unter welchen Voraussetzungen gilt $\max(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$?

Aufgabe 10 (9 Punkte)

- (a) Skizzieren Sie die Menge $M := \left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z - 1|^2 \geq |2z - i \cdot \operatorname{Im}(z) + 1|^2, -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1 \right\}$ in der komplexen Zahlenebene.
- (b) Stellen Sie die komplexe Zahl $z := \frac{1+i}{2+i} - \frac{3}{3-i}$ in der Form $z = a + bi$ dar.
- (c) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, welche die Gleichung $z^2 - 2z = -37$ erfüllen.
- (d) Es seien $M_1 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2\}$ und $M_2 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:
- (i) Es gilt $M_2 \subsetneq M_1$.
- (ii) Aus (i) folgt die Abschätzung $\inf(M_1) < \inf(M_2) < \sup(M_2) < \sup(M_1)$.

Aufgabe 11 (13 Punkte)

- (a) Geben Sie eine explizite und eine rekursive Darstellung der nachfolgenden Folgen an:

- (i) $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$
- (ii) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$
- (iii) $5, 9, 17, 33, 65, \dots$
- (iv) $-1, 1, \frac{7}{5}, \frac{11}{7}, \frac{5}{3}, \dots$

- (b) Ein Kaninchenpaar wirft vom zweiten Monat nach seiner Geburt an in jedem Monat ein junges Paar. Die Nachkommen verhalten sich ebenso. Wie viele Kaninchenpaare leben nach n Monaten, wenn zu Beginn der Zählung genau ein Paar vorhanden ist? (Sie dürfen von folgenden, vereinfachten Annahmen ausgehen: Kaninchen sind nach einem Monat geschlechtsreif, haben einen Monat Tragzeit, sterben nie und gebären vom zweiten Monat an jeden Monat ein neues Paar.)

- (c) Untersuchen Sie Monotonie der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}}$ definiert durch $a_n := \frac{1}{n \cdot 2^{2n-1}}$. Geben Sie Infimum und Supremum der Menge $A := \{a_n \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$ an.