

# Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

## Übungsblatt 4 - Abgabe bis Dienstag, 13.11.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

### Aufgabe 12 (7 Punkte)

Untersuchen Sie die Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit den angegebenen Gliedern auf Konvergenz bzw. Divergenz und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

(a)  $a_n := \frac{3n^2 + n - 1}{4n^2 + 8n + 2}$

(b)  $a_n := \frac{10n^7 - 1 + n^5}{8n^2 + 1 - 11n^6}$

(c)  $a_n := \sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{n - 6\sqrt{n}}$

(d)  $a_n := \frac{(2n + 1)^2}{n - 1} - 4n + 4$

(e)  $a_n := \left(3n^2 + 5n + 1\right)^{\frac{1}{2}} - n$

### Aufgabe 13 (5 Punkte)

Zeigen Sie die Konvergenz der Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_n := \frac{108n + 108}{111n^2 + 222n + 245}$  auf verschiedenen Wegen:

(a) durch direkte Rechnung,

(b) mit Hilfe der „Sandwichregel“ und

(c) mit Hilfe der  $\varepsilon - n_0$ -Definition der Konvergenz einer reellen Zahlenfolge.

(Hinweis: Alle „Rechenwege“ müssen begründet werden!)

### Aufgabe 14 (4 Punkte)

Sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine beliebige Folge. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

(a) Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergent, so ist die Folge  $(a_n - a_{n+1})_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.

(b) Ist  $(a_n - a_{n+1})_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergent.

### Aufgabe 15 (8 Punkte)

Sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine rekursiv definierte Folge mit  $a_0 := 2$  und  $a_{n+1} := \frac{1}{5}(a_n^2 + 4)$ .

(a) Berechnen Sie die Folgenglieder  $a_1, a_2, a_3, a_4$  und  $a_5$  (auf mindestens 4 Nachkommastellen genau).

(b) Weisen Sie nach, dass die Folge konvergiert.

(c) Berechnen Sie den Grenzwert der Folge.