Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 5 - Abgabe bis Dienstag, 20.11.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 16 (14 Punkte)

Nach Definition aus der Vorlesung heißt a Häufungspunkt einer Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, wenn es eine Teilfolge von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gibt, die gegen a konvergiert. In der Literatur wird auch der Begriff des Häufungswertes verwendet. Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf die Existenz von Häufungspunkten. Geben Sie falls möglich alle Häufungspunkte an.

(a) $a_n := \dfrac{(-1)^{n+1}8n^4+3}{5-3n^2+5n^4} + (-1)^n \cdot \dfrac{3n^2+(-1)^n}{8n^2-9n+1}$

(b) $a_n := \left(5n - 25\left\lfloor\dfrac{n}{5}\right\rfloor\right) \cdot \dfrac{3n^7-1}{(-1)^n-8n^7}$

(c) $a_n := \cos\left(\dfrac{\pi}{4}n\right) + \dfrac{(-1)^n n^2-2}{\sqrt{2}n^2+n}$

(d) $a_n := \dfrac{999n^9-8n^8-777n^7-999n^6-n^5-n^4-888n^3}{10^9n+10^8n^2+10^7n^7+10^6n^8} \cdot \dfrac{n^9+(-1)^n n^8}{99n^9-(-1)^n n^8} + \dfrac{(-1)^n+9}{n^2}$

Aufgabe 17 (7 Punkte)

Beweisen Sie die Divergenz der Folge $\left(a_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ aus Hausaufgabe 11.(a).(i) auf verschiedenen Wegen:

(a) mit Hilfe der $\varepsilon - n_0$-Definiton der Konvergenz einer reellen Zahlenfolge

(b) mit Hilfe des Cauchy-Kriteriums der Konvergenz einer reellen Zahlenfolge

(Hinweis: Alle „Rechenwege“ müssen begründet werden!)

Aufgabe 18 (9 Punkte)

(a) Untersuchen Sie, ob die Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n := \dfrac{3n^4+3n^3-n^6-9n+3n^5i+2n^4i+6n^2i+6ni}{n^6i-9i}$ konvergiert. Geben Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert an.

(b) Untersuchen Sie die komplexwertige Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n := \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}i\right)^n$ auf die Existenz von Häufungspunkten. Falls die Folge Häufungspunkte besitzt, dann geben Sie diese an.

(c) Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{R}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{R}}$ reelle Zahlenfolgen. Zeigen Sie, dass eine Folge $(c_n)_{n\mathbb{N}}$ komplexer Zahlen mit $c_n := a_n + ib_n$ genau dann gegen $c = a + ib \in \mathbb{C}$ konvergiert, wenn die Folge der Realteile $(a_n)_{n\in\mathbb{R}}$ gegen a und die Folge der Imaginärteile $(b_n)_{n\in\mathbb{R}}$ gegen b konvergiert.