

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 6 - Abgabe bis Dienstag, 27.11.2012, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 19 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Grenzwert der folgenden Reihen:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} 7 \cdot 100^{-n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x}{5|x|} \right)^n$, wobei $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ beliebig, aber fest gewählt sei.

Aufgabe 20 (9 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + n}{(n!)^2}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{3}} \right)^{n^2}$

(c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k+1)^2}$

(Hinweis zu (c): Zeigen Sie zunächst, dass $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$ gilt!)

Aufgabe 21 (10 Punkte)

(a) Weisen Sie mit Hilfe des Leibnizkriteriums nach, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n}{4n^2 + 1}$ konvergiert. Ist die Reihe auch absolut konvergent?

(b) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{n} \right)^n$ konvergent?

(c) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 1}{8^n + \sqrt{3}^n}$ konvergiert.

(d) Berechnen Sie den Grenzwert der Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(8n-1)(8n+7)}$ mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung der Reihenglieder. Ist mit Hilfe des Quotientenkriteriums eine Aussage zur Konvergenz möglich?

(Aufgabe 22 - siehe Seite 2)

Aufgabe 22 (6 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) Ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine konvergente Reihe, dann konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n}$.
- (b) Ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe, dann konvergieren auch die Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n}$ und $\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n-1}$ absolut.

(Hinweis zu (b): Betrachten Sie die Folge $(s_k)_{k \in \mathbb{N}}$ der Partialsummen $s_k := \sum_{n=0}^{2k} |a_n|$.)