Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 14 - Abgabe bis Dienstag, 05.02.2013, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 52 (13 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale[1] existieren und bestimmen Sie deren Wert:

(a) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^2+1}{e^x}\,dx$

(b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(x)}{x}\,dx$

(c) $\displaystyle\int_0^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)\,dx$

(*Hinweis zu (c): partielle Integration*)

Aufgabe 53 (11 Punkte)

Berechnen Sie die Koeffizienten a_k und b_k der Fourierreihe $p(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos(kx) + b_k\sin(kx))$ für die nachfolgend genannten 2π-periodischen Funktionen f:

(a) $f(x) := \frac{1}{\pi^3}(x-\pi)^2$ für $x \in [0, 2\pi)$

(b) $f(x) := \frac{2}{\pi^3}\left(x - \frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)^2$ für $x \in [0, 2\pi)$

(c) $f(x) := x + \frac{1}{\sqrt{2}}$ für $x \in [-\pi, \pi)$

(*Hinweis zu (b): Verwenden Sie (a)!*)

Aufgabe 54 (5 Punkte)

Herr Sparsam legt bei seiner Bank $s_0 > 0$ Euro an, wobei die Bank sein Guthaben zu einem jährlichen Zinssatz von $r > 0$ Prozent fortlaufend verzinst. Außerdem nimmt Herr Sparsam in unregelmäßigen Abständen Ein- bzw. (sicher seltener) Auszahlungen vor, so dass sich das zu verzinsende Guthaben erhöht oder verringert. Modellieren Sie das Sparguthaben durch eine Differentialgleichung und lösen Sie diese durch Trennung der Variablen.

[1] **Definition**: Sei $f : (a, b] \to \infty$ eine Funktion, die über jedem Intervall $[a+\varepsilon, b]$ für $0 < \varepsilon < b - a$ integrierbar ist. Falls der Grenzwert $\lim_{\varepsilon\downarrow 0}\int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)\,dx$ existiert, dann setzen wir $\int_a^b f(x)\,dx := \lim_{\varepsilon\downarrow 0}\int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)\,dx$. Das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ heißt uneigentliches Integral. Analog definiert man $\int_a^\infty f(x)\,dx := \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx$ für $f : [a, \infty) \to \mathbb{R}$, falls f auf jedem der Intervalle $[a, b]$ für $b > a$ integrierbar ist und der genannte Grenzwert existiert.