

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-1, 0, 3, 4\}$ und $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 6\}$ gilt

- ☐ $A \cap B = \{3, 4\}$ und $B \setminus A = \{-1, 1, 2, 5\}$
☒ $A \cap B = \{3, 4\}$ und $B \setminus A = \{1, 2, 5\}$
☐ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $B \setminus A = \{1, 2, 5\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$ ist gleich

- ☐ $\frac{yp + yr}{xqs}$ ☐ $\frac{xp + xr}{yqs}$ ☒ $\frac{yps + yqr}{xqs}$

Aufgabe 3: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f(x) = \ln(4 - x^2)$ definiert?

- ☒ $x < 2$ ☐ $-2 < x < 2$ ☐ $-2 \leq x \leq 2$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = x \cdot (x^2 - 2x - 8)$ besitzt die Nullstellen

- ☐ $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 8$
☒ $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 4$
☐ $x_1 = -4, x_2 = 0, x_3 = 2$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = 3x^2$. Wegen

- ☐ $f'(0) = 0$ und $f''(0) < 0$
☐ $f''(0) > 0$ und $f'''(0) = 0$
☒ $f'(0) = 0$ und $f''(0) > 0$

folgt, dass f in $x = 0$ ein lokales Minimum hat.

Aufgabe 6: Fassen Sie für $a > 0$ und $b > 0$ zu einem Logarithmus zusammen

$$3 \ln(a) + \ln(b) - \frac{1}{2} \ln(a + b) = \ln\left(\frac{a^3 b}{\sqrt{a+b}}\right)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \cos(2x)$ im Intervall $[0, 2\pi]$ an:

$$\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

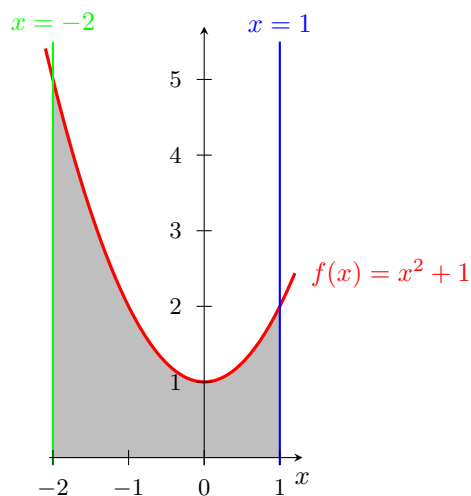
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = 2x^4 + e^{-x} + \sin(x) - \cos(2x)$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = 8x^3 - e^{-x} + \cos(x) + 2 \sin(2x)$

eine Stammfunktion: $F(x) = \frac{2}{5}x^5 - e^{-x} - \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$, $x = -2$, $x = 1$ und die x -Achse vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-2}^1 f(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + x \right]_{x=-2}^1 = \frac{1}{3} + 1 - \left(-\frac{8}{3} - 2 \right) = 6$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = x^2 e^x$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = e^x(x^2 + 2x) < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = x(x + 2) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow f$ ist in $(-2, 0)$ monoton fallend und in $\mathbb{R} \setminus (-2, 0)$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-1, 0, 3, 4\}$ und $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 4\} \cup \{-1\}$ gilt

- ☐ $A \cap B = \{-1, 4\}$ und $A \setminus B = \{0, 3, 4\}$
- ☐ $A \cap B = \{-1\}$ und $A \setminus B = \{0, 3\}$
- ☒ $A \cap B = \{-1\}$ und $A \setminus B = \{0, 3, 4\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right)^{-1} \cdot \frac{x}{y}$ ist gleich

- ☐ $\frac{xp + xr}{yqs}$
- ☒ $\frac{xqs}{yps + yqr}$
- ☐ $\frac{xps + xqr}{yqs}$

Aufgabe 3: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ definiert?

- ☒ $x \in \mathbb{R} \setminus [-1, 1]$
- ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$
- ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 8x$ besitzt die Nullstellen

- ☐ $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 8$
- ☒ $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 4$
- ☐ $x_1 = -4, x_2 = 0, x_3 = 2$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = -3x^2$. Wegen

- ☐ $f'(0) = 0$ und $f''(0) > 0$
- ☒ $f'(0) = 0$ und $f''(0) < 0$
- ☐ $f''(0) < 0$ und $f'''(0) = 0$

folgt, dass f in $x = 0$ ein lokales Maximum hat.

Aufgabe 6: Fassen Sie für $a > 0$ und $b > 0$ zu einem Logarithmus zusammen

$$3 \ln(a) - \frac{1}{2} \ln(b) + \ln(a + b) = \ln\left(\frac{a^4 + a^3 b}{\sqrt{b}}\right)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(2x)$ im Intervall $[0, 2\pi]$ an:

$$0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

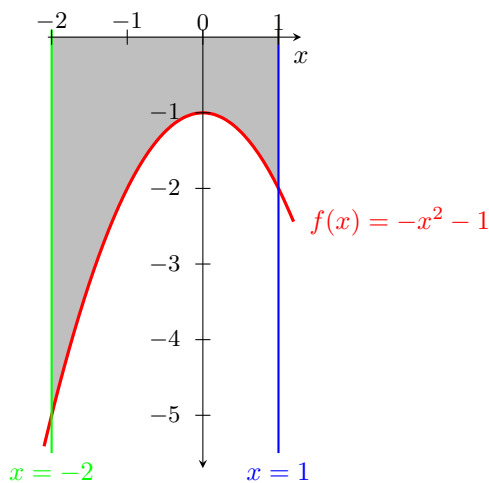
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = \frac{2}{x^4} - e^x - \sin(2x) + \cos(x)$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = -\frac{8}{x^5} - e^x - 2 \cos(2x) - \sin(x)$

eine Stammfunktion: $F(x) = -\frac{2}{3x^3} - e^x + \frac{1}{2} \cos(2x) + \sin(x) + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = -x^2 - 1$, $x = -2$, $x = 1$ und die x -Achse vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| = \left| \left[-\frac{1}{3}x^3 - x \right]_{x=-2}^1 \right| = \left| -\frac{1}{3} - 1 - \left(\frac{8}{3} + 2 \right) \right| = 6$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = -x^2 e^x$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = -e^x(x^2 + 2x) > 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = x(x + 2) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow f$ ist in $(-2, 0)$ monoton steigend und in $\mathbb{R} \setminus (-2, 0)$ monoton fallend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 1 \leq 0\} \setminus \{0\}$ gilt

- ☒ $A \cap B = \{-1, 1\}$ und $A \setminus B = \{-5, -2, 0, 2, 3, 4, 5\}$
☐ $A \cap B = \{-1, 1\}$ und $A \setminus B = \{-5, -1, 0, 1, 3, 4, 5\}$
☐ $A \cap B = \{-2, 2\}$ und $A \setminus B = \{-5, -1, 0, 1, 3, 4, 5\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} + \frac{x}{y}$ ist gleich

- ☒ $\frac{yps + yqr + xqs}{yqs}$ ☐ $\frac{yqs + ypr + xrs}{yqs}$ ☐ $\frac{xps + xqr + yqs}{yqs}$

Aufgabe 3: Welche Lösungsmenge L hat die Ungleichung $\sqrt{x+1} < -|x|$?

- ☒ $L = \emptyset$ ☐ $L = \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ ☐ $L = \{-1, 1\}$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = x^2 - 2x + 8$ besitzt

- ☐ die Nullstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 4$
☐ die Nullstellen $x_1 = -4$ und $x_2 = 2$
☒ keine Nullstellen in $\mathbb{R}$.

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = 3x^3$. Wegen

- ☐ $f(0) = 0$ und $f'''(0) = 18$
☐ $f'(0) = 0$ und $f'''(0) = 18$
☒ $f''(0) = 0$ und $f'''(0) = 18$

folgt, dass f in $x = 0$ einen Wendepunkt hat.

Aufgabe 6: Zerlegen Sie folgenden Ausdruck in eine maximale Anzahl einzelner $\ln$ -Terme $[a, b, c > 0; d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}]$:

$$\ln \sqrt[d]{\frac{ab}{b+c}} = \frac{1}{d} \cdot (\ln(a) + \ln(b) - \ln(b+c))$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = -\sin(2x)$ im Intervall $[0, 2\pi]$ an:

$$0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

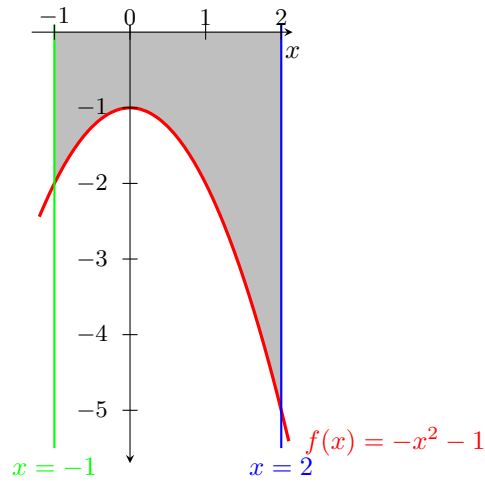
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = \cos(x) + 2x^{-4} - \sin(2x) + \sqrt{x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = -\sin(x) - \frac{8}{x^5} - 2\cos(2x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

eine Stammfunktion: $F(x) = \sin(x) - \frac{2}{3x^3} + \frac{1}{2}\cos(2x) + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = -x^2 - 1$, $x = -1$, $x = 2$ und die x -Achse vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \left| \int_{-1}^2 f(x) dx \right| = \left| \left[-\frac{1}{3}x^3 - x \right]_{x=-1}^2 \right| = \left| -\frac{8}{3} - 2 - \left(\frac{1}{3} + 1 \right) \right| = 6$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = xe^x$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = e^x(1+x) < 0 \Leftrightarrow 1+x < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \Rightarrow f$ ist in $(-\infty, -1)$ monoton fallend und in $[-1, \infty)$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, 2, 3, 4, 5\}$ und $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \leq 1\} \cap \mathbb{Z}$ gilt

- ☐ $A \cup B = \{-5, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A \setminus B = A$
☐ $A \cup B = \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A \setminus B = B$
☒ $A \cup B = \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A \setminus B = A$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\frac{1}{a - \frac{a}{1 - \frac{a}{a-b}}}$ ist gleich

- ☐ $\frac{a}{b}$ ☐ $\frac{a^2}{b}$ ☒ $\frac{b}{a^2}$

Aufgabe 3: Welche Lösungsmenge L hat die Ungleichung $|x^2 - 1| < -1$?

- ☐ $L = [-1, 1]$ ☐ $L = \{-1, 1\}$ ☒ $L = \emptyset$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = x \cdot (x^2 - 2x + 8)$ besitzt die Nullstellen

- ☐ $x_1 = -2, x_2 = 0$ und $x_3 = 4$
☐ $x_1 = -4, x_2 = 0$ und $x_3 = 2$
☒ $x_0 = 0$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = 1 - 3x^3$. Wegen

- ☐ $f(0) = 0$ und $f'''(0) = -18$
☐ $f'(0) = 0$ und $f'''(0) = -18$
☒ $f''(0) = 0$ und $f'''(0) = -18$

folgt, dass f in $x = 0$ einen Wendepunkt hat.

Aufgabe 6: Zerlegen Sie folgenden Ausdruck in eine maximale Anzahl einzelner $\ln$ -Terme $[a, b, c > 0; d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}]$:

$$\ln\left(\frac{a+b}{bc}\right)^d = d \cdot (\ln(a+b) - \ln(b) - \ln(c))$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = 2 \cos(x)$ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ an:

$$-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

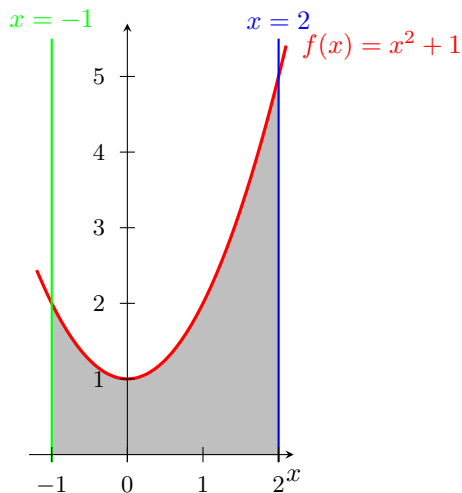
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = \cos(2x) + 2x^{-4} - \sin(x) + \sqrt{x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = -2 \sin(2x) - \frac{8}{x^5} - \cos(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

eine Stammfunktion: $F(x) = \frac{1}{2} \sin(2x) - \frac{2}{3x^3} + \cos(x) + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ und die x -Achse vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-1}^2 f(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + x \right]_{x=-1}^2 = \frac{8}{3} + 2 - \left(-\frac{1}{3} - 1 \right) = 6$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = -xe^x$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = -e^x(1+x) > 0 \Leftrightarrow 1+x < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \Rightarrow f$ ist in $(-\infty, -1)$ monoton steigend und in $[-1, \infty)$ monoton fallend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, 2, 3, 4, 5\}$ und $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 1 \leq 0\}$ gilt

- ☒ $A \cap B = \emptyset$ und $A \setminus B = A$
☐ $A \cap B = \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A \setminus B = A$
☐ $A \cap B = \{-5, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A \setminus B = B$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $a - \frac{a}{1 - \frac{a}{a-b}}$ ist gleich

- ☐ $\frac{a}{b}$ ☒ $\frac{a^2}{b}$ ☐ $\frac{b}{a^2}$

Aufgabe 3: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f(x) = \ln(|x^2 - 4|)$ definiert?

- ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus [-2, 2]$ ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus (-2, 2)$ ☒ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 + 2x - 8)$ besitzt die Nullstellen

- ☐ $x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 1$ und $x_4 = 4$
☒ $x_1 = -4$ und $x_2 = 2$
☐ $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = e^x - x$. Wegen $f'(0) = 0$ und $f''(0) = 1$ hat f in $x = 0$ ein

- ☐ lokales Maximum
☒ lokales Minimum
☐ keine lokale Extremstelle

Aufgabe 6: Fassen Sie für $a, b, c > 0$ zu einem Logarithmus zusammen:

$$2 \ln(a) + \ln(b) - \ln(c) = \ln\left(\frac{a^2 b}{c}\right)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(4x)$ im Intervall $[0, \pi]$ an:

$$0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$$

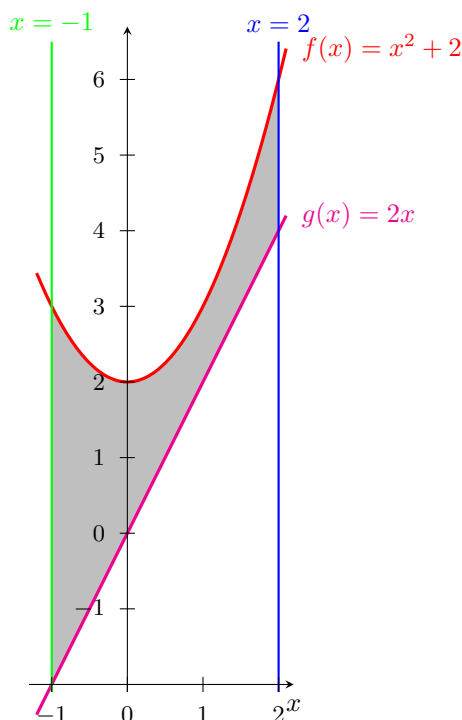
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = \frac{5}{6}x^4 + \cos(x) + \sin(x) + e^{-3x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = \frac{10}{3}x^3 - \sin(x) + \cos(x) - 3e^{-3x}$

eine Stammfunktion: $F(x) = \frac{1}{6}x^5 + \sin(x) - \cos(x) - \frac{1}{3}e^{-3x} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = 2x$, $x = -1$ und $x = 2$ vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-1}^2 f(x) - g(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x \right]_{x=-1}^2 = \frac{8}{3} - 4 + 4 - \left(-\frac{1}{3} - 1 - 2 \right) = 6$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = -xe^{-x^2}$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = e^{x^2}(2x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow f$ ist in $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ monoton fallend und in $\mathbb{R} \setminus \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B := \{-7, -6, -5, 0, 2, 3, 4\}$ und $C := \{-8, -4, -3, -1, 0, 6, 7\}$ gilt

- ☐ $A \cap B \cap C = \emptyset$ und $A \setminus \{B \cup C\} = \{-8, -7, -6, -4, -3, 6, 7\}$
☒ $A \cap B \cap C = \{0\}$ und $A \setminus \{B \cup C\} = \{-2, 1, 5\}$
☐ $A \cap B \cap C = \{0\}$ und $A \setminus \{B \cup C\} = \{-5, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\left(\frac{a}{a-b} - 1\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ ist gleich

- ☒ $\frac{a-b}{a}$ ☐ $\frac{a^2 - ab}{b^2}$ ☐ $\frac{ab - b^2}{ab}$

Aufgabe 3: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f(x) = \ln(-|x+1|)$ definiert?

- ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ☒ für kein $x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 16) \cdot (x^2 + 4x + 4)$ besitzt die Nullstellen

- ☒ $x_1 = -4, x_2 = -2$ und $x_3 = 4$
☐ $x_1 = -4, x_2 = -2, x_3 = -1, x_4 = 1$ und $x_5 = 4$
☐ $x_1 = -4, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2$ und $x_5 = 4$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = x - e^x$. Wegen $f'(0) = 0$ und $f''(0) = -1$ hat f in $x = 0$ ein

- ☒ lokales Maximum
☐ lokales Minimum
☐ keine lokale Extremstelle

Aufgabe 6: Fassen Sie für $a, b > 0$ zu einem Logarithmus zusammen:

$$1 - \ln(a) + \ln(b) = \ln\left(\frac{e \cdot b}{a}\right)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ an:

$$-\pi, \pi$$

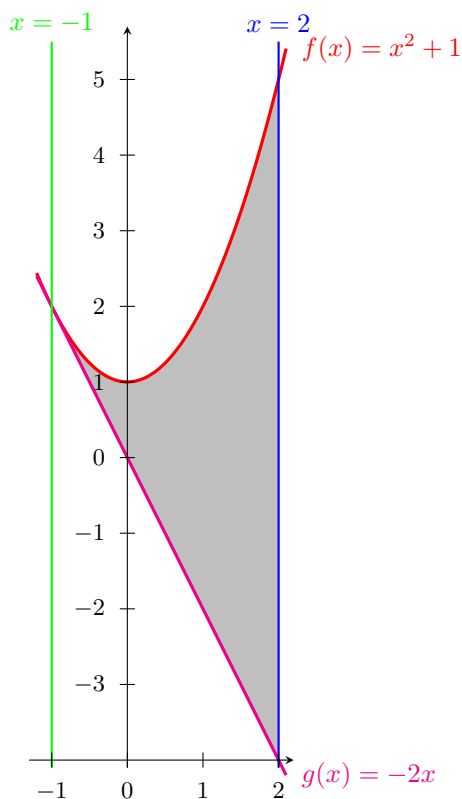
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = x^4 + \cos(x) + \sin(2x) + \frac{1}{e^x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = 4x^3 - \sin(x) + 2\cos(2x) - \frac{1}{e^x}$

eine Stammfunktion: $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \sin(x) - \frac{1}{2}\cos(2x) - \frac{1}{e^x} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = -2x$, $x = -1$ und $x = 2$ vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-1}^2 f(x) - g(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x \right]_{x=-1}^2 = \frac{8}{3} + 4 + 2 - \left(-\frac{1}{3} + 1 - 1 \right) = 9$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = x^3 - 12x$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow x \in (-2, 2) \Rightarrow f$ ist in $(-2, 2)$ monoton fallend und in $\mathbb{R} \setminus (-2, 2)$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5\}$ und $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 9\} \cap \mathbb{Z}$ gilt

- ☐ $A \cap B = \{-5, 4, 5\}$ und $A \setminus B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
☐ $A \cap B = A$ und $A \setminus B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
☒ $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ und $A \setminus B = \{-5, 4, 5\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\frac{4a^2 + 8ab + 4b^2}{4a^2 - 4b^2}$ ist gleich

- ☐ $\frac{a-b}{a+b}$ ☐ $\frac{a+2ab+b}{a-b}$ ☒ $\frac{a+b}{a-b}$

Aufgabe 3: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f(x) = \exp(|x^2 - 1|)$ definiert?

- ☐ für kein $x \in \mathbb{R}$ ☒ für alle $x \in \mathbb{R}$ ☐ $x \in \mathbb{R} \setminus [-1, 1]$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = x^5 + x$ besitzt

- ☐ die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 0$
☒ die Nullstelle $x_0 = 0$
☐ keine Nullstellen

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = 1 - x - x^3$. Wegen $f''(0) = 0$ und $f'''(0) = -6$ hat f in $x = 0$

- ☐ ein lokales Minimum
☐ ein lokales Maximum
☒ einen Wendepunkt

Aufgabe 6: Zerlegen Sie den folgenden Ausdruck in eine maximale Anzahl einzelner $\ln$ -Terme $[a, b > 0, c \in \mathbb{N} \setminus \{0\}]$:

$$\ln\left(\frac{e \cdot b}{a}\right)^c = c - c \ln(a) + c \ln(b)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \cos(x)$ im Intervall $[2\pi, 4\pi]$ an:

$$\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$$

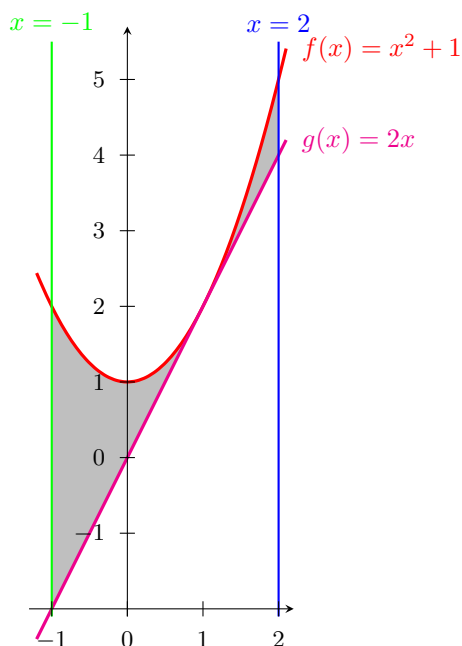
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2} + \cos(x) + \sin(2x) + e^{3x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = -\frac{2}{x^3} - \sin(x) + 2 \cos(2x) + 3e^{3x}$

eine Stammfunktion: $F(x) = -\frac{1}{x} + \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{3} e^{3x} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = 2x$, $x = -1$ und $x = 2$ vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-1}^2 f(x) - g(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x \right]_{x=-1}^2 = \frac{8}{3} - 4 + 2 - \left(-\frac{1}{3} - 1 - 1 \right) = 3$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = e^{x-x^2}$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = (1 - 2x)e^{x-x^2} < 0 \Leftrightarrow 1 - 2x < 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{1}{2}, \infty) \Rightarrow f$ ist in $(\frac{1}{2}, \infty)$ monoton fallend und in $(-\infty, \frac{1}{2}]$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Schnelltest zum Einstieg - Thema: Schulkenntnisse - Lösung

Hinweise: In den Ankreuzfragen 1 bis 5 gibt es jeweils genau eine richtige Antwort, bei den Aufgaben 6 bis 10 bitte die Lösung in die grauen Felder eintragen. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt! Bearbeitungszeit: 20 Minuten

Name (optional): _____ Übungsgruppe: _____

Aufgabe 1: Für die Mengen $A := \{-5, -2, -1, 1, 2, 4, 5\}$ und $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 9\} \cap \mathbb{Z}$ gilt

- ☐ $A \cap B = \{-3, 0, 3\}$ und $B \setminus A = \{-2, -1, 1, 2\}$
☒ $A \cap B = \{-2, -1, 1, 2\}$ und $B \setminus A = \{-3, 0, 3\}$
☐ $A \cap B = A$ und $B \setminus A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Aufgabe 2: Der Ausdruck $\frac{4a^2 - 8ab + 4b^2}{4a^2 - 4b^2}$ ist gleich

- ☒ $\frac{a-b}{a+b}$ ☐ $\frac{a-2ab+b}{a-b}$ ☐ $\frac{a+b}{a-b}$

Aufgabe 3: Welche Lösungsmenge L hat die Gleichung $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$?

- ☐ $L = \emptyset$ ☐ $L = \{2k\pi \mid k \in \mathbb{R}\}$ ☒ $L = \mathbb{R}$

Aufgabe 4: Die Funktion $f(x) = (x^2 - 2x - 15) \cdot \exp(x - 1)$ besitzt

- ☐ die Nullstellen $x_1 = -3$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 5$
☐ die Nullstellen $x_1 = -5$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 3$
☒ die Nullstellen $x_1 = -3$ und $x_2 = 5$

Aufgabe 5: Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 - x$. Wegen $f'(\frac{1}{2}) = 0$ und $f''(\frac{1}{2}) = 2$ hat f in $x = \frac{1}{2}$

- ☐ einen Wendepunkt
☐ ein lokales Maximum
☒ ein lokales Minimum

Aufgabe 6: Zerlegen Sie den folgenden Ausdruck in eine maximale Anzahl einzelner $\ln$ -Terme $[a, b > 0, c \in \mathbb{N} \setminus \{0\}]$:

$$\ln\left(\frac{a^c \cdot b}{a+1}\right)^c = c \ln(a^c) + c \ln(b) - \ln(a+1)$$

Aufgabe 7: Geben Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(2x)$ im Intervall $[2\pi, 4\pi]$ an:

$$2\pi, \frac{5}{2}\pi, 3\pi, \frac{7}{2}\pi, 4\pi$$

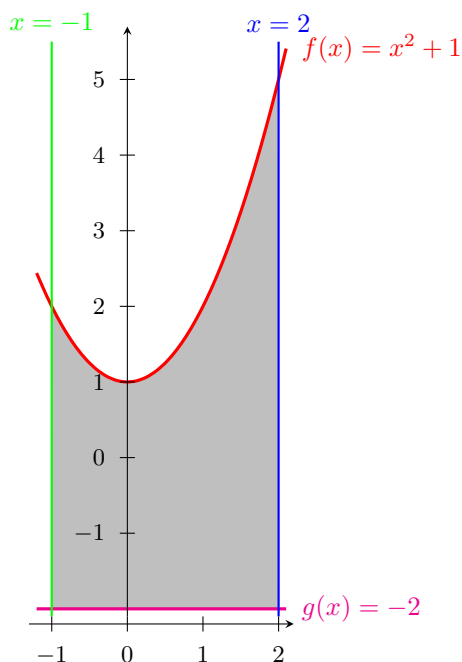
Aufgabe 8: Geben Sie für die Funktion $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \cos(x) + \sin(2x) + e^{-3x}$ an:

erste Ableitung: $f'(x) = \frac{2}{x^3} - \sin(x) + 2\cos(2x) - 3e^{-3x}$

eine Stammfunktion: $F(x) = \frac{1}{x} + \sin(x) - \frac{1}{2}\cos(2x) - \frac{1}{3}e^{-3x} + c, c \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9: Skizzieren Sie die Fläche, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = -2$, $x = -1$ und $x = 2$ vollständig begrenzt wird und berechnen Sie den Flächeninhalt:

$$A = \int_{-1}^2 f(x) - g(x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + 3x \right]_{x=-1}^2 = \frac{8}{3} + 6 - \left(-\frac{1}{3} - 3 \right) = 12$$



Aufgabe 10: Beschreiben Sie das Monotonieverhalten von $f(x) = e^{x^2-x}$. (Hinweis: keine Skizze, per Rechnung!)

Lösung: $f'(x) = (2x - 1)e^{x-x^2} < 0 \Leftrightarrow 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \Rightarrow f$ ist in $(-\infty, \frac{1}{2})$ monoton fallend und in $[\frac{1}{2}, \infty)$ monoton steigend

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
mögliche Punkte	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	15
erreichte Punkte											