Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Aufgaben für die Übungen am 01./02. November 2012

Aufgabe Ü8

(a) Skizzieren Sie die Menge $M := \{z \in \mathbb{C} \,\big|\, \mathrm{Im}((1-i)z) = 0\}$ in der komplexen Zahlenebene.

(b) Bestimmen Sie die Beträge der komplexen Zahlen $u := \dfrac{1}{1-i}$ und $v := \dfrac{i}{1+2i} + \dfrac{3}{4i}$

(c) Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$, für die die Gleichung $z^2 = -25$ erfüllt ist.

(d) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{C}$ der Ungleichung $\big|z-1\big|^2 \leq z \cdot \overline{z}$

Aufgabe Ü9

Welche der folgenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind arithmetische Folgen, geometrische Folgen und/oder alternierende Folgen? Untersuchen Sie die Folgen zudem auf Beschränktheit und diskutieren Sie die Monotonie.

(a) $a_n := n + 3$ für $n \geq 0$

(b) $a_n := \frac{(-1)^n}{2^n}$ für $n \geq 0$

(c) $a_0 := 1$, $a_n := a_0 + a_1 + \ldots + a_{n-1}$ für $n \geq 1$

(d) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} = \{2, 6, 18, 54, \ldots\}$

(e) $a_n := \frac{1}{n+1}$ für $n \geq 0$

(f) $a_n := 2n + (-1)^n$ für $n \geq 0$

Aufgabe Ü10

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion.

(a) Für jede arithmetische Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gilt für $n \geq 1$: $a_n = a_0 + nc$ mit $c = a_1 - a_0$.

(b) Für jede geometrische Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gilt für $n \geq 1$: $a_n = a_0 c^n$ mit $c = \frac{a_1}{a_0}$.

Aufgabe Ü11

Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig gewählt. Betrachten Sie die auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Rundungsfunktionen

- $\lfloor x \rfloor := \max\{z \in \mathbb{Z} \mid z \leq x\}$ (Gauß-Klammer bzw. floor-Funktion) und
- $\lceil x \rceil := \min\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq x\}$ (ceil-Funktion).

Welche der folgenden Beziehungen sind richtig, welche sind falsch? Begründen Sie Ihre Antwort durch Beweis oder ein Gegenbeispiel.

(a) $\lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) $\lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor + 1$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$

(c) $x < \lfloor a \rfloor + 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \leq a$.

(d) $x \leq \lfloor a \rfloor$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x < a$.

(e) Aus $x \geq \lceil a \rceil$ folgt $x \geq a$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(f) $\lfloor |x| \rfloor = \left| \lfloor x \rfloor \right|$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(g) $\lfloor x \rfloor = -\lceil -x \rceil$ für alle $x \in \mathbb{R}$.