

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Aufgaben für die Übungen vom 07. bis 09.11.2012

Aufgabe Ü12

Untersuchen Sie die folgenden Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}, \dots, (f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz. Falls die Folge konvergiert, dann berechnen Sie außerdem den Grenzwert.

- (a) $a_n := \frac{3n^5 - 3n^3 + 1}{4n^5 + 4n^2 + n}$ für $n \geq 1$
- (b) $b_n := \frac{3n^5 + n^2}{2n^4 + 999999100000}$ für $n \geq 0$
- (c) $c_n := \sqrt{n + 6\sqrt{n}} - \sqrt{n + 4\sqrt{n}}$ für $n \geq 0$
- (d) $d_n := \frac{8^n - 2n}{11^n + n^2}$ für $n \geq 0$
- (e) $e_n := \sqrt{3n^2 - 1} - \sqrt{4n^2 - \frac{1}{n}}$ für $n \geq 1$
- (f) $f_n := \frac{c_n}{a_n} + a_n - \frac{1}{b_n}$ für $n \geq 1$

Aufgabe Ü13

Beweisen Sie unter Verwendung der $\varepsilon - n_0$ -Definition der Folgenkonvergenz die folgenden Behauptungen:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ für $a_n := (-1)^n \cdot 2$ für $n \leq 1234$ bzw. $a_n := 2$ für $n > 1234$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ für $a_n := \frac{n}{n+1}$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := \frac{n^2}{2^n}$
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := x^n$ mit $x \in (-1, 1)$
- (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ für $a_n := \frac{1}{b_n}$, wobei $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ gelte

Aufgabe Ü14

Untersuchen Sie die rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_0 := 1$ und $a_{n+1} := \frac{a_n}{a_n + 2}$ für $n \in \mathbb{N}$ auf Konvergenz. (Der Grenzwert muss nicht berechnet werden.)