

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2012/2013

Aufgaben für die Übungen vom 05. bis 07.12.2012

Aufgabe Ü25

Bestimmen Sie den Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) := \sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$

(b) $f(x) := \sqrt{\cos(x) - 1}$

(c) $f(x) := \sqrt{\cos^2(x) + \sin^2(x) - 2x}$

(d) $f(x) := \frac{1}{\ln(1-x)}$

(e) $f(x) := \ln(|x^2 - 3x - 9|)$

(f) $f(x) := \sqrt{\ln\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$

Aufgabe Ü26

Entscheiden Sie, welche der in den Abbildungen 1 bis 4 (siehe Seite 2) dargestellten Funktionen stetig bzw. unstetig sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen anschaulich!

Aufgabe Ü27

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit dem $\varepsilon - \delta$ -Kriterium der Stetigkeit:

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \frac{7}{8}x + \frac{3}{5}$ ist stetig für alle $x_0 \in \mathbb{R}$.

(b) $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \sqrt{x}$ ist stetig für alle $x_0 \in [0, \infty)$.

(c) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$ ist nicht stetig in $x_0 := 0$

Aufgabe Ü28

Untersuchen Sie mit der Definition des Funktionsgrenzwertes die folgenden Funktionen auf Stetigkeit im angegebenen Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$:

(a) $f(x) := \frac{7}{8}x + \frac{3}{5}$ in $x_0 := \frac{5}{6}$

(b) $f(x) := \frac{7}{8}x + \frac{3}{5}$ für alle $x_0 \in \mathbb{R}$

(c) $f(x) := \frac{2}{3} \exp(x^2) \cdot x + \cos(x)$ für alle $x_0 \in \mathbb{R}$

(d) $f(x) := \exp\left(\frac{1}{x-1}\right) \cdot \frac{1}{x}$ in $x_0 := 1$

(e) $f(x) := \exp\left(\frac{1}{x-1}\right) \cdot \frac{1}{x}$ in $x_0 := 0$

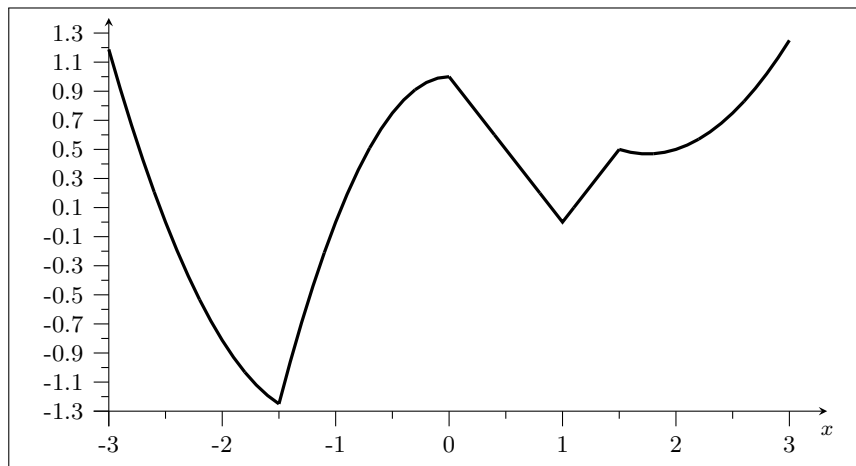


Abb. 1 $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$

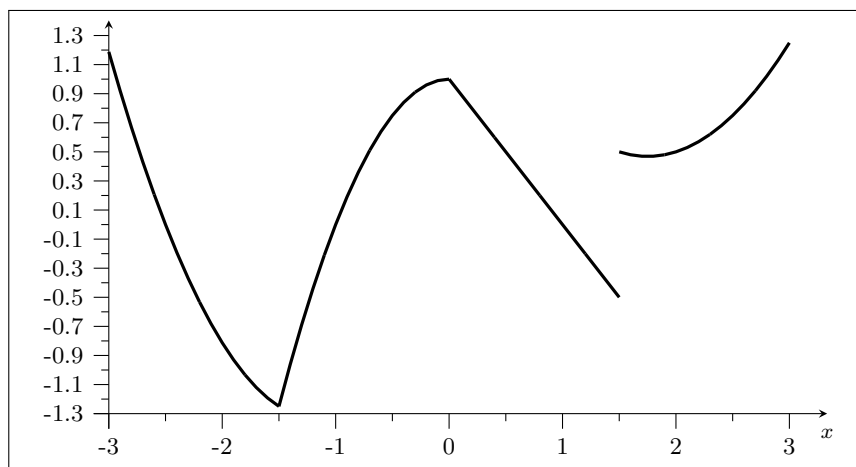


Abb. 2 $g : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$

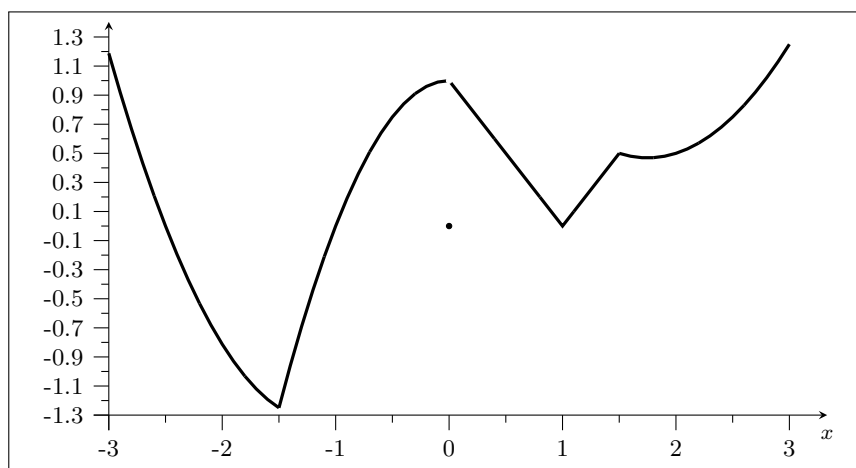


Abb. 3 $h : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(0) := 0$

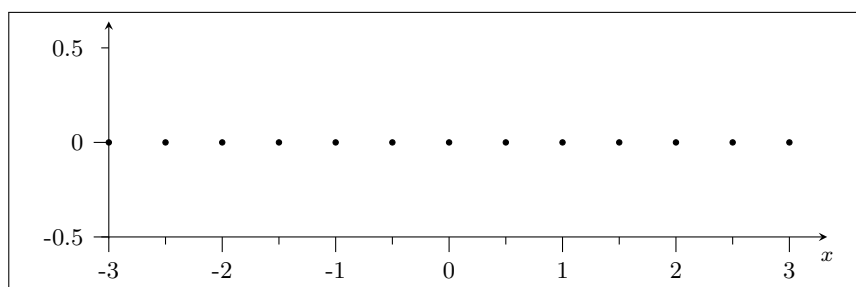


Abb. 4 $z : \left\{-3, -\frac{5}{2}, -2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3\right\} \rightarrow \mathbb{R}$