

Praktikum Mathematische Modellierung

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik, Informatik und Physik im Wintersemester 2012/13

Aufgabenblatt 1

Für die Lösung der Projektaufgaben sind Programmierkenntnisse mit Matlab erforderlich. Die nachfolgenden Aufgaben sollen Sie ein wenig darauf vorbereiten bzw. Programmierkenntnisse auffrischen. Falls Sie noch nie bzw. selten mit Matlab gearbeitet haben, dann finden Sie auf der Internetseite zur Lehrveranstaltung einige Hinweise zur Arbeit mit Matlab bzw. einige Links zu weiteren Matlab-Einführungen. Die Aufgaben dürfen Sie in Gruppen von maximal zwei Teilnehmern bearbeiten. Die Lösungen, d.h. in diesem Fall die mit kurzen Kommentaren versehenen Matlab-Quelltexte, senden Sie bitte bis spätestens zum 02.11.2012, 8 Uhr per E-Mail an jens.kunath@tu-cottbus.de unter **Betreff: Modellierung**. Senden Sie bitte außerdem auch die mit ihren Funktionen berechneten Lösungen zu unten stehenden Aufgaben bzw. zu selbst gewählten Beispielen mit.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `ggT.m` zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$. Außer dem `ggT(a, b)` soll die Funktion zusätzlich die eindeutig bestimmten Zahlen $s, t \in \mathbb{R}$ ausgeben, für die gilt: $\text{ggT}(a, b) = sa + tb$. Zur Erinnerung: Es gilt $d = \text{ggT}(a, b)$ genau dann, wenn $d|a$ und $d|b$ und für alle anderen Teiler $c \in \mathbb{Z}$ von a und b folgt $c|d$.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zwei Zahlen a und b heißen teilerfremd, wenn $\text{ggT}(a, b) = 1$ gilt. Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `istTeilerfremd.m`, die überprüft, ob $r \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ Zahlen $x_1, \dots, x_r \in \mathbb{Z}$ paarweise teilerfremd sind. Wenn dies der Fall ist, dann soll die Funktion den Wert 1 zurückgeben, andernfalls den Wert 0. Die Funktion soll außerdem ggf. das erste Paar (x_i, x_j) zurückgeben, dass nicht teilerfremd ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Haben $x, y \in \mathbb{Z}$ bei Division mit einem $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ den gleichen Rest, dann sagt man auch, dass x kongruent y modulo n ist, in Zeichen $x \equiv y \pmod{n}$. Der chinesische Restsatz besagt, dass für $r \geq 2$ paarweise teilerfremde Zahlen $m_1, \dots, m_r \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und beliebige $x_1 \in \mathbb{Z}/m_1\mathbb{Z}, \dots, x_r \in \mathbb{Z}/m_r\mathbb{Z}$ genau eine Zahl $x \in \mathbb{Z}/M\mathbb{Z}$ existiert, für die $x \equiv x_1 \pmod{m_1}, \dots, x \equiv x_r \pmod{m_r}$ gilt, wobei $M := m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_r$.

- Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `chinRestsatz.m`, die zu beliebigen Eingaben $m_1, \dots, m_r \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und $x_1 \in \mathbb{Z}/m_1\mathbb{Z}, \dots, x_r \in \mathbb{Z}/m_r\mathbb{Z}$ die Voraussetzungen des chinesischen Restsatzes überprüft. Sind diese nicht erfüllt, dann soll die Funktion den Wert `NaN` zurückgeben. Sind die Voraussetzungen erfüllt, dann soll die Funktion die simultanen Kongruenzen $x \equiv x_1 \pmod{m_1}, \dots, x \equiv x_r \pmod{m_r}$ lösen; Rückgabewert der Funktion ist dann entsprechend die Lösung x . Verwenden Sie dabei die in den Aufgaben 1 und 2 programmierten Matlab-Funktionen.
- Verwenden Sie Ihre Funktion `chinRestsatz.m` zur Lösung der folgenden Aufgabe: Vor einer Schlacht lässt ein General seine Soldaten nacheinander in Reihen von je 5, 6, 7 und 11 aufstellen. Dabei bleiben drei Soldaten übrig, wenn sie sich in Fünferreihen aufstellen, vier beliebigen übrig bei Aufstellung in Siebenerreihen und fünf Soldaten bleiben übrig, wenn sie sich in Elferreihen aufstellen. Dagegen bleibt keiner übrig, wenn sie sich in Sechserreihen aufstellen. Es waren 2000 Bauern zwangsrekrutiert worden. Wieviele waren schlau genug, sich vor der Schlacht heimlich aus dem Staub zu machen?
- Testen Sie Ihre Funktion außerdem an den Datensätzen `chinRest1.csv` und `chinRest2.csv`. In der ersten Spalte der beiden Matrizen stehen jeweils die Werte $x_1, \dots, x_r$, in der zweiten Spalte die Werte $m_1, \dots, m_r$.