
Praktikum Mathematische Modellierung

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik, Informatik und Physik im Wintersemester 2012/13

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Von einem nagelneuen Bleistift wurde die Länge gemessen und er wurde gewogen. Dann wurde er fünfmal in einem Bleistiftanspitzer gedreht und wiederum gemessen sowie gewogen. Das Drehen des Bleistifts im Spitzer mit anschließenden Messen und Wiegen wurde mehrfach wiederholt. Die dabei gemessenen Längen und Gewichte sind für zwei verschiedene Bleistiftsorten in den Tabellen 1.1 und 1.2 zu finden.

(a) Untersuchen Sie, welche funktionalen Zusammenhänge zwischen

- (i) Länge und Gewicht,
- (ii) Umdrehungen und Länge sowie
- (iii) Umdrehungen und Gewicht

bestehen. Geben Sie geeignete Funktionen an, mit denen die Zusammenhänge (i), (ii) und (iii) modelliert werden können.

(b) Nehmen Sie einen beliebigen Bleistift (Sorte A), messen Sie dessen Länge (in cm) und dessen Gewicht (in g). Drehen Sie diesen Bleistift anschließend fortlaufend in einem Bleistiftanspitzer bzw. einer Bleistiftspitzmaschine. Messen Sie dabei nach jeweils 5 Umdrehungen des Bleistifts im Anspitzer dessen Länge (in cm) und sein Gewicht (in g). Der Bleistift soll insgesamt mindestens 100-mal im Anspitzer gedreht werden. Wiederholen Sie den Vorgang mit einem Bleistift einer anderen Sorte B.

Bestimmen Sie speziell die Funktionen für die Fälle (i), (ii) und (iii) aus (a), mit denen die aus obigem Versuch gewonnenen Daten so gut wie möglich wiedergegeben werden können. Stellen Sie die Daten und die zugehörigen Funktionen in geeigneter Weise graphisch dar.

(c) Gegeben sei je ein sechs Zentimeter langer Bleistift der Sorten A und B. Wie viele Umdrehungen haben die Bleistifte im Anspitzer hinter sich? Wieviel wiegen die beiden Bleistifte jeweils?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Von einem riesigen Eisberg bricht eine nahezu quaderförmige Scholle ab. Sie treibt in wärmere Gewässer und beginnt dort zu schmelzen. In Tabelle 1 sind (idealisierte) Angaben zu Länge, Breite und Höhe der Eisscholle nach verschiedenen Tagen nach dem Abbruch angegeben. Bestimmen Sie eine **einfache (!)** Funktion, mit der das Volumen der Eisscholle t Tage nach dem Abbruch berechnet werden kann. Nach wie vielen Tagen ist die Eisscholle ganz geschmolzen? Ist Ihre mit Hilfe von Matlab bestimmte Lösung eindeutig? Diskutieren Sie außerdem kritisch, wie realistisch Ihr Modell zur Volumenabnahme ist.

Tage	Länge in m	Breite in m	Dicke in m	Tage	Länge in m	Breite in m	Dicke in m
0	119.77	60.73	20.39	8.5	103.2	47.67	10.45
0.5	118.47	59.3	19.96	9	102.04	47.95	9.73
1.75	115.73	57.8	17.61	10	99.16	46.09	8.39
2.25	115.31	57.75	17.47	10.5	98.12	45.39	8.01
3.5	112.71	55.16	16.0	12.25	94.14	43.0	5.75
5	109.21	53.53	14.67	13	92.91	41.92	5.40
5.5	107.55	52.35	13.82	14.5	89.92	39.83	4.66
6.75	105.97	51.59	12.43	15.5	87.7	38.54	3.51
7.5	103.49	48.85	11.57	16	86.66	38.56	1.98

Tabelle 1 : Abmessungen einer schmelzenden Eisscholle (siehe auch Datei `blatt02eisscholle.csv`)

Aufgabe 3 (8 Punkte)

In der Datei `blatt02suedpoldaten.xls` finden Sie die monatlichen Durchschnittstemperaturen am Südpol zwischen Januar 1957 und Juli 1988. In der ersten Spalte steht das Jahr, in der zweiten Spalte der Monat, in der dritten Spalte die Durchschnittstemperatur in °C und in der vierten Spalte Jahr und Monat in Dezimaldarstellung.

- Untersuchen Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Jahr, Monat und monatlicher Durchschnittstemperatur. Bestimmen Sie eine geeignete Funktion $f(t)$, mit der die Messdaten gut modelliert werden können. Diskutieren Sie die Eindeutigkeit Ihrer Lösung(en).
- Untersuchen Sie, wie eine Verbesserung Ihres Modells $f(t)$ aus (a) möglich ist, in dem Sie die Fehler zwischen $f(t)$ und den Messwerten genauer analysieren. Leiten Sie aus $f(t)$ und der Untersuchung der Fehler eine verbesserte Modellfunktion $s(t)$ her. Stellen Sie die Messdaten sowie die Funktionen $s(t)$ und $f(t)$ aus (a) für einen Zeitraum von mindestens drei Jahren in einer gemeinsamen Grafik dar.
- Unter dem Fakt des globalen Klimawandels ist die Frage zu stellen, ob Ihre Modellfunktion $s(t)$ auch heute noch gültig ist. Beantworten Sie diese Frage, indem Sie aktuellere Daten (mindestens nach dem Jahr 2000) suchen und mit den Prognosen vergleichen, die mit Ihrer Modellfunktion berechnet werden können.

Allgemeine Hinweise:

- Den Versuch aus Aufgabe 1.(b) können Sie auch in unserer Lehrstuhlbibliothek im HG, Raum 4.01 durchführen, wo eine Feinwaage eingesetzt werden kann. Bei Bedarf stellen wir pro Arbeitsgruppe je zwei verschiedene Bleistiftsorten zur Verfügung.
- Die in den Aufgaben 2 und 3 genannten Datensätze senden wir Ihnen per E-Mail zu.
- Die computergestützte Auswertung der Daten sollte vorzugsweise mit Matlab erfolgen.
- Dokumentieren Sie Ihre Arbeitsergebnisse sorgfältig, d.h. insbesondere:
 - Angabe/Herleitung der Modellfunktion(en),
 - Begründung, warum gerade dieses Modell besonders geeignet ist,
 - Anpassung von Modellfunktion(en) an die Messdaten,
 - Auswertung der Datensätze bzw. Beantwortung der ggf. oben genannten Fragen,
 - ggf. kritische Diskussion der Ergebnisse,

Für diese schriftliche Ausarbeitung empfehlen wir die Verwendung von $\text{\LaTeX}$.