

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 1 - Abgabe bis Dienstag, 15.10.2013, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 1.1 (11 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren $a, b, c, d \in \mathbb{R}^4$ und $u, v, w, y \in \mathbb{R}^5$ mit

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 9 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Außerdem seien $V := \text{span}(a, b, c, d)$ und $W := \text{span}(u, v, w, y)$. Die lineare Abbildung $f : V \rightarrow W$ sei definiert durch

$$f((x_1, x_2, x_3, x_4)^T) := x_1 u + x_2 v + x_3 w + x_4 y$$

- (a) Ermitteln Sie jeweils eine Basis von V und W , und geben Sie die Dimensionen von V bzw. W an.
- (b) Bestimmen Sie die zu f zugehörige Abbildungsmatrix bzgl. der in (a) bestimmten Basen.
- (c) Geben Sie die notwendigen Rechenschritte an, um $f(p)$ für $p = (-3, 1, -9, -8)^T$ mit Hilfe der Abbildungsmatrix zu berechnen.

Aufgabe 1.2 (12 Punkte)

Bestimmen Sie die Determinante, die Eigenwerte und eine Basis der Eigenräume folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -5 \\ 2 & -1 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

Berechnen Sie außerdem für B die Inverse B^{-1} .

Aufgabe 1.3 (6 Punkte)

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit vollständiger Induktion:

- (a) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{n}{4n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- (b) $a_n := 3^{2n} + 7$ ist durch 8 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}_0$