

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 12 - Abgabe bis Dienstag, 14.01.2014, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 12.1 (6 Punkte)

Von einem rechteckigem, 60 cm langen und 30 cm breiten Stück Pappe werden Quadrate abgetrennt. Wie groß sind diese Quadrate zu wählen, damit der Rest der Pappe zu einer Schachtel mit maximalem Inhalt gefaltet werden kann, wobei der Deckel auf drei Seiten übergreift?

Aufgabe 12.2 (6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \frac{1}{2x}$. Stellen Sie das Taylorpolynom 3. Grades $T_3(x)$ von $f(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 := 1$ auf und geben Sie das zugehörige Restglied $R_3(x)$ an. Weisen Sie nach, dass für das Restglied die Abschätzung $|R_3(x)| \leq \frac{1}{400}$ für alle $x \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ gilt. (Hinweise: Es gilt $\ln(\frac{a}{b}) = \ln(a) - \ln(b)$ für alle $a, b > 0$ und $e \approx 2.718281828$.)

Aufgabe 12.3 (11 Punkte)

- (a) Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := e^{-2x} + 2x^2$ um den Entwicklungspunkt $x_0 := 1$ in eine Taylorreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe von f ?
- (b) Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \sin(3x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 := -\frac{\pi}{3}$ in eine Taylorreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe von f ?

Aufgabe 12.4 (9 Punkte)

Bestimmen Sie die Entwicklungsstelle x_0 (d.h. den Mittelpunkt des Konvergenzintervalls) und den Konvergenzradius R der folgenden Potenzreihen $\sum a_n(x - x_0)^n$:

- (a) $\sum_{n=1000}^{\infty} n(3x)^n$
- (b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n n} (2x - 1)^{n-2}$
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3!} n^n \left(\frac{x}{2} - 1\right)^n$