Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 13 - Abgabe bis Dienstag, 21.01.2014, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe 13.1 (5 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \frac{1}{(2x-1)^2}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 := 1$ in eine Taylorreihe, und bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe.

Aufgabe 13.2 (9 Punkte)

Bestimmen Sie für die folgenden beiden Potenzreihen das Konvergenzintervall einschließlich des Konvergenzverhaltens in seinen Randpunkten:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[5]{n^2}} x^n$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(2n-1)} (x-1)^n$

Aufgabe 13.3 (15 Punkte)

Berechnen Sie eine Stammfunktion der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) := \exp(2x+1) + 2^{-x} - \pi$

(b) $f(x) := \frac{7}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{7}{2} x^2 \sqrt[3]{x}$

(c) $f(x) := -8x^2 \cos(x)$

(d) $f(x) := \frac{5x}{\sqrt{3x^2+2}}$

(e) $f(x) := \frac{x^2+6x+11}{x^3-6x^2+12x-8}$

(*Hinweis zu (e): Partialbruchzerlegung*)

(Aufgabe 13.4 - siehe Seite 2)

Aufgabe 13.4 (5 Punkte)

Die Nachfrage nach einem Produkt hängt vom Preis p ab und sei $N(p)$. Dasselbe Produkt wird entsprechend einer Angebotsfunktion $A(p)$, die ebenfalls vom Preis abhängen kann, auf dem Markt angeboten. Auf dem freien Markt stellt sich ein Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage ein. Das führt zu einem Marktpreis p_M. Bei diesem Preis ist Angebot und Nachfrage gleich, d.h. $A(p_M) = N(p_M)$. Dieses Gleichgewicht wird auf dem Markt in der Regel erst nach einem gewissen Zeitraum erreicht. Anfänglich wird das Produkt zu einem höheren Preis auf dem Markt abgeboten. Bei einer stetigen Preisreduzierung vom Höchstpeis p_0 bis zum Marktpreis p_M würde der Produzent einen zusätzlichen Umsatz

$$Z \;=\; \int_{p_M}^{p_0} N(p)\, dp$$

erreichen. Diesen Betrag sparen die Abnehmer, wenn die Ware sofort zum Marktpreis angeboten würde. Er wird Konsumentenrente genannt (siehe Abb. 1). Wie groß ist die Konsumentenrente, wenn die Nachfrage nach dem Produkt bzw. das Angebot quadratisch mit dem Preis nach dem Gesetz

$$N(p) \;=\; \frac{1}{50}\big(p-50\big)^2 \qquad \text{bzw.} \qquad A(p) \;=\; \frac{1}{50}\big(p+10\big)^2 - 2$$

abnimmt bzw. wächst?

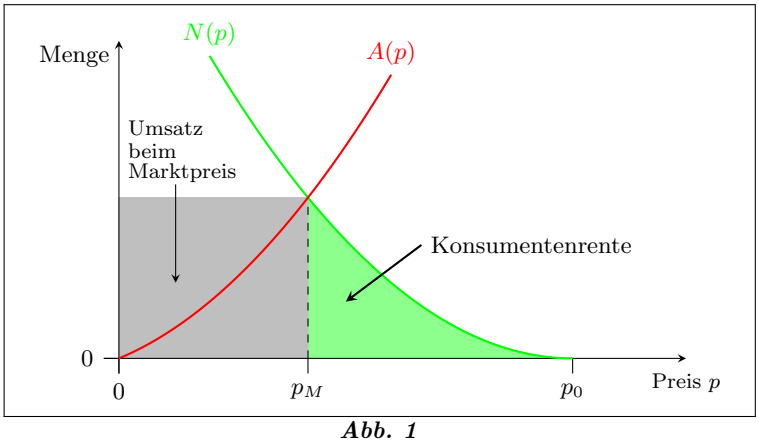

Abb. 1